

平成26年度国立高等専門学校学習到達度試験

数 学 (90分)

(注意事項)

- 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
(注意事項が裏表紙に続いていますので、問題冊子を開かずに裏返して、読んでください。)
- この試験における各個人の識別は、学校・学科番号と個人番号で行います。試験実施にあたり在籍校から示された学校・学科番号と個人番号を次の欄に記入してください。

学校・学科番号	

個人番号	

↑ ↑
学校から示された学校・学科番号と個人番号を記入してください。

- 試験時間は90分です。
(ただし、8領域を超えて選択とする学校では、110分まで延長が認められます。
この場合は、学校の指示に従ってください。)
試験中は退室を認めません。試験中の発病またはトイレ等やむを得ない場合には、手を挙げて監督者の指示に従ってください。
- 出題学習領域は次のとおりです。
各出題学習領域のうち、在籍校から、解答する必要のない旨の指示があった学習領域については解答する必要はありません。なお、解答する必要のない学習領域について解答した場合には採点を行い、その結果を通知します。
また、解答すべき学習領域が分からない場合は手を挙げて監督者に申し出てください。

学習領域	配点	問題冊子	解答用紙
§1 数と式の計算	50	2頁～3頁	第1面
§2 方程式・不等式	50	4頁～5頁	
§3 関数とグラフ	50	6頁～7頁	
§4 場合の数と数列	50	8頁～9頁	
§5 平面ベクトルの性質	50	10頁～11頁	
§6 微分・積分の計算	50	12頁～13頁	第2面
§7 微分・積分の応用	50	14頁～15頁	
§8 空間ベクトル、行列の計算	50	16頁～17頁	
§9 行列の固有値と行列式	50	18頁～19頁	
§10 2変数関数の微分・積分	50	20頁～21頁	

(裏表紙に続く)

§ 1 数と式の計算

1 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) 次の ①～④ のうちから正しいものを一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。
ただし、 a, b は実数とし、② の分数の分母は 0 でないとする。

① $ab = 2a$ ならば $b = 2$

② $\frac{10a + 9b}{5a + 3b} = \frac{2a + 3b}{a + b}$

③ $a > b$ ならば $a^2 > b^2$

④ $\sqrt{a^2} = |a|$

(2) $\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}+1} = \square$ である。 \square に当てはまるものを次の ①～⑤ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

① $\frac{5}{3}$

② 2

③ 3

④ $5 + 4\sqrt{2}$

⑤ $-1 + 2\sqrt{2}$

2 次の各問いにおいて、 \square ア, \square イ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。ただし、 i は虚数単位とし、 $a > 0, b > 0$ とする。(5 × 4 = 20 点)

(1) $6x^2 + x - 15 = (\square$ ア $x + 5)(\square$ イ $x - 3)$

(2) $\frac{(a^4b^3)^2 \cdot b^3}{a^3b^5} = a^{\square$ ア b^{\square イ

(3) $\frac{3-i}{1+i} + (3+5i) = \square$ ア $+ \square$ イ i

(4) $\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} = \sqrt[\square$ ア a^{\square イ

3 $\frac{3x+1}{(x+3)(x-1)} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{x+3} + \frac{\boxed{\text{イ}}}{x-1}$ が x についての恒等式であるとき、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5×2=10点)

4 整式 $P(x)$ を $x^2 - 3x + 2$ で割ったときの余りが $3x - 1$ であるとき、 $P(x)$ を $x - 2$ で割ったときの余りは \square である。 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(10点)

§ 2 方程式・不等式

1 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) 2次方程式 $3x^2 - 4x - 1 = 0$ の解は $x = \frac{\boxed{\text{ア}} \pm \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。

(2) 2次不等式 $(x-1)(3x+2) > 0$ の解を次の ①～⑧ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ① $x < -\frac{2}{3}, x < 1$ | ② $x > -\frac{2}{3}, x > 1$ |
| ③ $x < -\frac{2}{3}$ | ④ $x > -\frac{2}{3}$ |
| ⑤ $x > 1$ | ⑥ $x < 1$ |
| ⑦ $x < -\frac{2}{3}, x > 1$ | ⑧ $-\frac{2}{3} < x < 1$ |

2 次の各問いに答えよ。

(1) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、方程式 $2\sin x + 1 = 0$ の解は $x = \boxed{\text{ア}}, x = \boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを次の ①～⑧ のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ (順不同)。(5 × 2 = 10 点)

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| ① $\frac{\pi}{6}$ | ② $\frac{\pi}{3}$ | ③ $\frac{2\pi}{3}$ | ④ $\frac{5\pi}{6}$ |
| ⑤ $\frac{7\pi}{6}$ | ⑥ $\frac{4\pi}{3}$ | ⑦ $\frac{5\pi}{3}$ | ⑧ $\frac{11\pi}{6}$ |

(2) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、不等式 $2\sin x + 1 \leq 0$ の解は \square である。 \square に当てはまるものを次の ①～④ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

- | | |
|---|--|
| ① $\frac{5\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$ | ② $\frac{7\pi}{6} \leq x \leq \frac{11\pi}{6}$ |
| ③ $\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$ | ④ $\frac{4\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$ |

3 次の各問いに答えよ。

(1) 方程式 $x - 3 = \sqrt{2x + 2}$ の解は $x = \square$ である。 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(5点)

(2) 方程式 $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{x+1}{x+2}$ の解は \square である。 \square に当てはまるものを次の①～⑧のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(10点)

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|--------------|
| ① $x = -2$ | ② $x = 2$ | ③ $x = 3$ | ④ $x = 5$ |
| ⑤ $x = \pm 2$ | ⑥ $x = -2, 3$ | ⑦ $x = -2, 5$ | ⑧ $x = 2, 3$ |

4 x についての2次不等式 $kx^2 + kx - 1 < 0$ の解が「すべての実数」であるとき、次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10点)

(1) 2次方程式 $kx^2 + kx - 1 = 0$ の判別式を D とするとき、 k と D の符号の組合せについて正しいものを次の①～④のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | |
|------------------|------------------|
| ① $k > 0, D > 0$ | ② $k < 0, D > 0$ |
| ③ $k > 0, D < 0$ | ④ $k < 0, D < 0$ |

(2) k の範囲として正しいものを次の①～④のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | | |
|-----------|-----------|------------|----------------|
| ① $k > 0$ | ② $k < 0$ | ③ $k < -4$ | ④ $-4 < k < 0$ |
|-----------|-----------|------------|----------------|

§ 3 関数とグラフ

1 分数関数 $y = \frac{3x-12}{x-2}$ について、次の各問いに答えよ。

- (1) この関数のグラフと y 軸との交点の y 座標は である。 に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(5点)
- (2) この関数のグラフの漸近線の方程式は $x = \text{ア}$, $y = \text{イ}$ である。, に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5×2=10点)

2 次の各問いに答えよ。

- (1) 無理関数 $y = 3\sqrt{x-4} + 5$ のグラフは無理関数 $y = 3\sqrt{x}$ のグラフを x 軸方向に , y 軸方向に だけ平行移動したものである。, の組合せとして正しいものを次の ①～④ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5点)

- | | |
|----------------|---------------|
| ① ア. -4, イ. -5 | ② ア. -4; イ. 5 |
| ③ ア. 4, イ. -5 | ④ ア. 4, イ. 5 |

- (2) θ が第 2 象限の角で、 $\sin \theta = \frac{2}{3}$ のとき、 $\cos \theta = \text{ア}$, $\tan \theta = \text{イ}$ である。, に当てはまるものを次の ①～⑨ のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5×2=10点)

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ | ② $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ | ③ $\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$ |
| ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ | ⑤ $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ | ⑥ $\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ |
| ⑦ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ | ⑧ $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ | ⑨ $\pm \frac{2\sqrt{5}}{5}$ |

3 関数 $y = \log_2(3x + 1) + 4$ について、次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) この関数の定義域は である。 に当てはまるものを次の ①～④のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- ① $x > -\frac{1}{3}$ ② $x \geq -\frac{1}{3}$ ③ $x < -\frac{1}{3}$ ④ $x \leq -\frac{1}{3}$

(2) $x \geq 0$ のとき、 y の値の範囲は である。 に当てはまるものを次の ①～④のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- ① $y \geq 4$ ② $y \leq 4$ ③ $y \geq 5$ ④ $y \leq 5$

4 a を正の定数とする。2次関数 $y = ax^2 - 4ax + 3$ の $0 \leq x \leq 3$ における最小値が -5 であるとき、次の各問いにおいて、 に当てはまる数を解答欄にマークせよ。

(5 × 2 = 10 点)

(1) $a =$ である。

(2) この関数の $0 \leq x \leq 3$ における最大値は である。

§ 4 場合の数と数列

1 次の各問いにおいて、□ に当てはまるものを下の ①～⑥ のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

- (1) n 人の学生から 3 人を選ぶとき、その選び方の総数は □ である。
- (2) n 人の学生が 3 つの部屋に分かれて入るとき、その分かれ方の総数は □ である。ただし、1 人も入らない部屋があってもよいとする。

① $3!$ ② $n!$ ③ ${}_n P_3$ ④ ${}_n C_3$ ⑤ 3^n ⑥ n^3

2 次の各問いにおいて、ア, イ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

- (1) $\frac{10!}{8!} = \text{ア} \text{イ}$
- (2) $\frac{{}_6 P_3}{{}_5 C_2} = \text{ア} \text{イ}$

3 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の 7 つの数の中から異なる 4 つを選び、これらを並べて 4 けたの数をつくるとき、偶数は全部で □ 個である。□ に当てはまるものを次の ①～⑧ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

① ${}_7 P_4$ ② ${}_7 C_4$ ③ $3 \cdot {}_6 P_3$ ④ $3 \cdot {}_6 C_3$
 ⑤ $4 \cdot {}_6 P_3$ ⑥ $4 \cdot {}_6 C_3$ ⑦ $3 \cdot {}_4 P_3$ ⑧ $3 \cdot {}_4 C_3$

4 次の各問いに答えよ。(5 × 3 = 15 点)

(1) 等差数列 5, 8, 11, 14, … の一般項は $\square{\text{ア}}n + \square{\text{イ}}$ である。 $\square{\text{ア}}$, $\square{\text{イ}}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。

(2) 初項 3, 公比 2 の等比数列の初項から第 n 項までの和は \square である。 \square に当てはまるものを次の ①~⑥ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | |
|---------------------|-------------------------|---------------------|
| ① $3 \cdot 2^{n-1}$ | ② $3 \cdot 2^n$ | ③ $2^{n-1} - 1$ |
| ④ $2^n - 1$ | ⑤ $3 \cdot 2^{n-1} - 3$ | ⑥ $3 \cdot 2^n - 3$ |

(3) 漸化式 $a_1 = 0, a_{n+1} = 2a_n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ によって数列 $\{a_n\}$ を定めるとき, $a_4 = \square$ である。 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。

5 すべての自然数 k について, 等式 $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ が成り立つ。このことを利用すると, 任意の自然数 n について $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \square$ となる。 \square に当てはまるものを次の ①~⑤のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(10 点)

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|-------------------|
| ① $\frac{1}{n(n+1)}$ | ② $\frac{n+2}{n+1}$ | ③ $\frac{n}{n+1}$ |
| ④ $\frac{3}{n(n+1)(n+2)}$ | ⑤ $\frac{4}{n(n+1)(n+3)}$ | |

§ 5 平面ベクトルの性質

1 次の各問いに答えよ。(5 × 3 = 15 点)

- (1) 同一直線上にない平面上の3点 A, B, C について, $\vec{CA} + \vec{BC} = \square$ である。□ に当てはまるものを次の ①~⑥ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。

① \vec{AB} ② \vec{BA} ③ \vec{AC} ④ \vec{CA} ⑤ \vec{BC} ⑥ \vec{CB}

- (2) 平面上の2点 A(6, 3), B(1, 2) について, $|\vec{AB}| = \sqrt{\square\square}$ である。□, □ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。

- (3) 平面上の2点 A(2, 1), B(-3, 6) について, 線分 AB を 2 : 3 の比に内分する点の座標として正しいものを, 次の ①~④ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。

① (0, 3) ② (-1, 4) ③ (12, -9) ④ (-13, 16)

2 二つの平面ベクトル $\vec{a} = (-\sqrt{3}, 1)$, $\vec{b} = (\sqrt{6}, \sqrt{2})$ のなす角は $\frac{\square}{\square}\pi$ である。□, □

に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。ただし, $\frac{\square}{\square}$ は既約分数とする。

(10 点)

3 次の各問いに答えよ。

- (1) 直線 $2x + 3y - 1 = 0$ の方向ベクトルとして正しいものを次の ①～④ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。ただし、 k は 0 でない任意の実数とする。(5 点)

① $k(2, 3)$ ② $k(-2, 3)$ ③ $k(-3, 2)$ ④ $k(3, 2)$

- (2) 円 $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 11 = 0$ の中心の座標は (ア, イ), 半径は ウ である。ア～ウ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

4 平面上に原点 O と異なる点 A をとり、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ とおく。このとき、次の各問いにおいて、□ に当てはまるものを下の ①～⑧ のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ。ただし、 \vec{p} は円または直線上の任意の点の位置ベクトルとする。(5 × 2 = 10 点)

- (1) 点 A を中心とし、原点 O を通る円のベクトル方程式は □ である。

- (2) 点 A を通り、ベクトル \vec{a} に垂直な直線のベクトル方程式は □ である。

① $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{a}$ ② $(\vec{p} - \vec{a}) \cdot \vec{a} = 0$
 ③ $\vec{p} \cdot (\vec{p} - \vec{a}) = 0$ ④ $(\vec{p} + \vec{a}) \cdot \vec{a} = 0$
 ⑤ $\vec{p} \cdot (\vec{p} + \vec{a}) = 0$ ⑥ $(\vec{p} + \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{a}) = 0$
 ⑦ $|\vec{p} + \vec{a}| = |\vec{a}|$ ⑧ $|\vec{p} - \vec{a}| = |\vec{a}|$

§ 6 微分・積分の計算

1 次の各問いに答えよ。(5 × 3 = 15 点)

- (1) 関数 $y = \cos^3 x$ の導関数は $y' = \square$ である。 \square に当てはまるものを次の ①～⑥のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- ① $-\sin^3 x$ ② $-3\sin^2 x$ ③ $3\cos^2 x$
 ④ $3\sin^2 x \cos x$ ⑤ $-3\cos^2 x \sin x$ ⑥ $3\cos^2 x \sin x$

- (2) 関数 $y = \frac{x-1}{x+1}$ の導関数は $y' = \square$ である。 \square に当てはまるものを次の ①～⑥のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- ① $\frac{1}{x+1}$ ② $\frac{2x}{(x+1)^2}$ ③ 1
 ④ $\frac{2}{(x+1)^2}$ ⑤ $-\frac{2}{(x+1)^2}$ ⑥ $\frac{2}{x+1}$

- (3) 関数 $y = \log(x^2 + 1)$ の導関数は $y' = \square$ である。 \square に当てはまるものを次の ①～④のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- ① $\frac{1}{x^2+1}$ ② $\frac{2x}{x^2+1}$ ③ $\frac{2}{x}$ ④ $\frac{1}{x^2}$

2 次の各問いにおいて、 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

- (1) 関数 $f(x) = 2x\sqrt{x}$ の $x = 4$ における微分係数は $f'(4) = \square$ である。
 (2) 曲線 $y = x^3 + 2x^2 + 1$ の $x = 1$ に対応する点における接線の傾きは \square である。

3 次の各問いに答えよ。

(1) 関数 $y = (2x - 5)^3$ の不定積分は $\int (2x - 5)^3 dx = \frac{(2x - 5)^{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}} + C$ である。 $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。ただし、 C は積分定数とする。(5 × 2 = 10 点)

(2) 定積分 $\int_1^2 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$ を $t = x^3 + 1$ とおいて置換するとき、置換された定積分の式を次の ①～⑥のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

① $\int_1^2 \frac{1}{3} \sqrt{t} dt$	② $\int_1^2 3\sqrt{t} dt$	③ $\int_1^2 \sqrt{t} dt$
④ $\int_2^9 \frac{1}{3} \sqrt{t} dt$	⑤ $\int_2^9 3\sqrt{t} dt$	⑥ $\int_2^9 \sqrt{t} dt$

4 二つの不定積分 $I = \int e^x \sin x dx$, $J = \int e^x \cos x dx$ を次の手順で求める。

部分積分法によって、

$$I = \boxed{ア} - J \quad \dots \quad (i)$$

が成り立つ。同様にして、

$$J = \boxed{イ} + I \quad \dots \quad (ii)$$

が成り立つ。(i) と (ii) から、

$$I = \frac{1}{2} (\boxed{ア} - \boxed{イ}) + C_1, \quad J = \frac{1}{2} (\boxed{ア} + \boxed{イ}) + C_2$$

が得られる。

$\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ に当てはまるものを次の ①～⑥のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ。ただし、 C_1, C_2 は積分定数とする。(5 × 2 = 10 点)

① e^x	② $\sin x$	③ $\cos x$
④ $e^x \sin x$	⑤ $e^x \cos x$	⑥ $e^x (\sin x + \cos x)$

§ 7 微分・積分の応用

1 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。ただし、 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ は既約分数とする。

(2) 媒介変数 t を用いて表される曲線 $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ について、 $\frac{dy}{dx} = \square$ である。 \square に当てはまるものを次の ①～⑧のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | | |
|--------|----------|------------------|--------------------|
| ① t | ② 1 | ③ $\frac{1}{t}$ | ④ $-\frac{1}{t^2}$ |
| ⑤ $2t$ | ⑥ $3t^2$ | ⑦ $\frac{3t}{2}$ | ⑧ $\frac{2}{3t}$ |

2 関数 $f(x) = xe^{-x}$ について、次の各問いに答えよ。

(1) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ で極大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを次の ①～⑨のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

- | | | | | |
|-------|--------|-----------------|-----------------|--------|
| ① 0 | ② 1 | ③ 2 | ④ -1 | ⑤ -2 |
| ⑥ e | ⑦ $2e$ | ⑧ $\frac{1}{e}$ | ⑨ $\frac{2}{e}$ | |

(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ について正しいものを次の ①～④のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

- | | |
|-------------------|------------------|
| ① 0 に収束する | ② ∞ に発散する |
| ③ $-\infty$ に発散する | ④ 振動する |

(3) 関数 $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標は \square である。 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(5 点)

- 3 放物線 $y = x^2 - 1$ と x 軸で囲まれる領域を D とするとき、次の各問いに答えよ。
(5 × 3 = 15 点)

- (1) D の面積を与える式を次の ①～④ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

① $\int_0^1 (x^2 - 1) dx$	② $2 \int_0^1 (x^2 - 1) dx$
③ $\int_0^1 (1 - x^2) dx$	④ $2 \int_0^1 (1 - x^2) dx$

- (2) D の面積は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。 $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。ただし、 $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ は既約分数とする。

- (3) D を y 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を与える式を次の ①～⑥ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

① $\int_{-1}^0 \sqrt{y+1} dy$	② $\int_{-1}^0 (y+1) dy$	③ $\int_{-1}^0 (y+1)^2 dy$
④ $\pi \int_{-1}^0 \sqrt{y+1} dy$	⑤ $\pi \int_{-1}^0 (y+1) dy$	⑥ $\pi \int_{-1}^0 (y+1)^2 dy$

- 4 定積分 $\int_0^1 \sqrt{1+x} dx$ を表す式を次の ①～⑤ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

① $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{1 + \frac{k}{n}}$	② $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sqrt{1+k}$
③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n} \sqrt{1 + \frac{k}{n}}$	④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{k}{n}}$
⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n} \sqrt{1+k}$	

§ 8 空間ベクトル, 行列の計算

1 次の各問いに答えよ。(5 × 3 = 15 点)

(1) 点 (2, 3, -1) を通り, $\vec{n} = (1, -1, 2)$ を法線ベクトルとする平面の方程式として正しいものを次の ①~④ から一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。

- ① $(x - 2) - (y - 3) + 2(z + 1) = 0$ ② $2(x - 1) + 3(x + 1) - (z - 2) = 0$
 ③ $(x + 2) - (y + 3) + 2(z - 1) = 0$ ④ $2(x + 1) + 3(x - 1) - (z + 2) = 0$

(2) 方程式 $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-3}{3}$, $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{2}$ によって表される二つの直線のなす角は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\pi$ である。 $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。ただし, $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ は既約分数とする。

(3) 点 (-2, 1, 3) を中心とし, 点 (-1, 3, -2) を通る球の方程式として正しいものを次の ①~④ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。

- ① $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{30}$
 ② $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = \sqrt{30}$
 ③ $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 30$
 ④ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 30$

2 媒介変数 t を用いて表される直線 $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ と平面 $kx + y + 2z = 1$ が, 平行であ

るのは $k = \square{\text{ア}}$ のときであり, 垂直であるのは $k = \square{\text{イ}}$ のときである。 $\square{\text{ア}}$, $\square{\text{イ}}$ に当てはまるものを次の ①~⑥ のうちからそれぞれ一つずつ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

- ① $\frac{5}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ 2 ⑥ -2

3 次の各問いにおいて, \square に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。
(5 × 3 = 15 点)

(1) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ のとき, $2A - B = \begin{pmatrix} \square & * \\ * & * \end{pmatrix}$ である。

(2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ のとき, $A^2 = \begin{pmatrix} * & \square \\ * & * \end{pmatrix}$ である。

(3) $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ のとき, $A^{-1} = \begin{pmatrix} * & * \\ * & \square \end{pmatrix}$ である。

4 x, y の連立方程式 $\begin{cases} ax - 3y = 3 \\ x + (a - 4)y = 1 \end{cases}$ について, 次の各問いの \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) この連立方程式の解が存在しないのは $a = \square$ のときである。

(2) この連立方程式の解が無数にあるのは $a = \square$ のときである。

§ 9 行列の固有値と行列式

1 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \\ -3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}$$
 である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。

(2)
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \boxed{\quad}$$
 である。 $\boxed{\quad}$ に当てはまる数を解答欄にマークせよ。

2 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ の行列式 $|A|$ の値を $m (\neq 0)$ とする。次の各問において, $\boxed{\quad}$ に当てはまるものを下の ①~⑦のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5 × 3 = 15 点)

(1) $|A^{-1}| = \boxed{\quad}$ である。

(2) 任意の実数 k について, A の各成分を k 倍した行列を $B = \begin{pmatrix} ka_1 & ka_2 & ka_3 \\ kb_1 & kb_2 & kb_3 \\ kc_1 & kc_2 & kc_3 \end{pmatrix}$ とするとき, $|B| = \boxed{\quad}$ である。

(3) A の第 1 行と第 2 行を入れ替えた行列を $C = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ とするとき, $|C| = \boxed{\quad}$ である。

- | | | | |
|--------|----------|----------|-----------------|
| ① 0 | ② m | ③ $-m$ | ④ $\frac{1}{m}$ |
| ⑤ km | ⑥ k^3m | ⑦ k^9m | |

3 次の各問いに答えよ。

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値は $-\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

(2) A の正の固有値に対する固有ベクトルを次の ①～⑤ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。ただし, k は 0 でない任意の実数とする。(5 点)

$$\textcircled{1} \quad k \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2} \quad k \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \textcircled{3} \quad k \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{4} \quad k \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \textcircled{5} \quad k \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

4 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & \boxed{\text{ア}} \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値 $\boxed{\text{イ}}$ に対する固有ベクトルが $k \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ であるとき, $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。ただし, k は 0 でない任意の実数とする。(5 × 2 = 10 点)

§ 10 2変数関数の微分・積分

- 1 関数 $f(x, y)$ の点 (a, b) における x についての偏微分係数 $f_x(a, b)$ の定義として正しいものを、次の ①～⑥のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5点)

① $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h, b+h) - f(a, b)}{h}$	② $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h, b-h) - f(a, b)}{h}$
③ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h, b) - f(a, b)}{h}$	④ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h, b) - f(a, b)}{h}$
⑤ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a, b+h) - f(a, b)}{h}$	⑥ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a, b-h) - f(a, b)}{h}$

- 2 次の各問いに答えよ。(5 × 4 = 20点)

- (1) 関数 $z = \log(x + 4y)$ について、 $z_y(2, 0) = \square$ である。 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。
- (2) 関数 $z = \sin(2x + 3y)$ について、 $z_y(0, 0) = \square$ である。 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。
- (3) 関数 $z = x^2y^4$ について、 $z_{xy}(3, 1) = \square \square$ である。 \square , \square に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。
- (4) $z = e^{x^2-y^2}$, $x = u + v$, $y = 2u - v$ のとき、 $\frac{\partial z}{\partial u} = \square$ である。 \square に当てはまるものを次の ①～⑥のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

① $(2x - 2y)e^{x^2-y^2}$	② $(2x - 4y)e^{x^2-y^2}$	③ $(4x - 2y)e^{x^2-y^2}$
④ $(2x + 2y)e^{x^2-y^2}$	⑤ $(2x + 4y)e^{x^2-y^2}$	⑥ $(4x + 2y)e^{x^2-y^2}$

3 累次積分 $I = \int_0^1 \left\{ \int_{\sqrt{y}}^1 2xy \, dx \right\} dy$ について、次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10点)

(1) 積分順序を変更すると、 $I = \int_0^{\square{\text{ア}}} \left\{ \int_0^{\square{\text{イ}}} 2xy \, dy \right\} dx$ となる。 $\square{\text{ア}}$ 、 $\square{\text{イ}}$ に当てはまるものを次の ①～⑤のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | | | |
|-----|--------------|--------------|---------|---------|
| ① 1 | ② \sqrt{x} | ③ \sqrt{y} | ④ x^2 | ⑤ y^2 |
|-----|--------------|--------------|---------|---------|

(2) $I = \frac{1}{\square{\text{イ}}}$ である。 $\square{\text{イ}}$ に当てはまる数を解答欄にマークせよ。

4 a を正の定数とし、連立不等式 $x^2 + y^2 \leq a^2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ によって定義される xy 平面の領域を D とするとき、2重積分 $I = \iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} \, dx dy$ について、次の各問いに答えよ。

(1) $I = \int_0^a \left\{ \int_{\square{\text{ア}}}^{\square{\text{イ}}} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} \, dy \right\} dx$ である。 $\square{\text{ア}}$ 、 $\square{\text{イ}}$ に当てはまるものを次の ①～⑤のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ。
(5点)

- | | | |
|----------------------|-----------------------|--------|
| ① 0 | ② a | ③ $-a$ |
| ④ $\sqrt{a^2 - x^2}$ | ⑤ $-\sqrt{a^2 - x^2}$ | |

(2) 極座標に変換すると $I = \int_0^{\square{\text{ア}}} \left\{ \int_0^{\square{\text{イ}}} \square{\text{ウ}} \, dr \right\} d\theta$ となる。 $\square{\text{ア}} \sim \square{\text{ウ}}$ に当てはまるものを次の ①～⑧のうちからそれぞれ一つずつ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10点)

- | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| ① a | ② r | ③ $\frac{\pi}{2}$ | ④ 2π |
| ⑤ $\sqrt{a^2 - r^2}$ | ⑥ $\sqrt{a^2 + r^2}$ | ⑦ $r\sqrt{a^2 - r^2}$ | ⑧ $r\sqrt{a^2 + r^2}$ |

(注意事項の続き)

- 5 解答には、必ず「H, F, HBのいずれかの黒鉛筆」, 「プラスチック製の消しゴム」を使用してください。
- 6 定規, ものさし, コンパス, 分度器および計算機は使用できません。
- 7 解答用紙の指定の箇所に個人番号と名前を記入してください。
また, 個人番号欄に自分の番号をマークしてください。
(例) 001番の場合

個人番号	—	0 2 3 4 5 6 7 8 9 ●
	—	0 2 3 4 5 6 7 8 9 ●
	—	● 2 3 4 5 6 7 8 9 0

- 8 設問の解答は, 解答用紙の各設問に対応した解答欄にマークしてください。
(例1 選択肢のうちから一つ選び, 解答する場合)

設問 **1** (1) に対して, 選択肢番号 **5** と解答するとき

		解 答 欄									
		1 2 3 4 5 6 7 8 9 0									
1	(1)	0 2 3 4 ● 6 7 8 9 0									
	(2)	0 2 3 4 5 6 7 8 9 0									

- (例2 空欄に当てはまる数字等を解答する場合)

設問 **3** (1) **ア** **イ** **ウ** に対して, 「136」と解答するとき

		解 答 欄									
		1 2 3 4 5 6 7 8 9 0									
3	(1) ア	● 2 3 4 5 6 7 8 9 0									
	イ	0 2 ● 4 5 6 7 8 9 0									
	ウ	0 2 3 4 5 ● 7 8 9 0									
	(2)	0 2 3 4 5 6 7 8 9 0									

- 9 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁, 乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせてください。
- 10 問題冊子の余白は計算に利用して構いません。
- 11 試験終了後, 問題冊子は持ち帰ってください。

平成26年度国立高等専門学校学習到達度試験 (数学)

正解

※1 と※2 は順不同

§ 1 数と式の計算 (50点)			
		正解	配点
1	基礎 (1)	4	5
	基礎 (2)	5	5
2	基礎 (1)	ア	3
		イ	2
	計算 (2)	ア	5
		イ	4
	計算 (3)	ア	4
		イ	3
	基礎 (4)	ア	6
		イ	5
3	計算	ア	2
		イ	1
4	思考	5	10

§ 2 方程式・不等式 (50点)			
		正解	配点
1	計算 (1)	ア	2
		イ	7
		ウ	3
2	基礎 (2)	ア	5
		イ	8
3	計算 (1)	ア	5
		イ	8
4	思考 (1)	ア	5
		イ	8

※1
※2

§ 3 関数とグラフ (50点)			
		正解	配点
1	計算 (1)	ア	6
		イ	3
2	基礎 (1)	ア	4
		イ	8
3	計算 (2)	ア	1
		イ	3
4	思考 (1)	ア	2
		イ	3

§ 4 場合の数と数列 (50点)			
		正解	配点
1	基礎 (1)	ア	4
		イ	5
2	計算 (1)	ア	9
		イ	0
3	基礎	ア	3
		イ	2
4	計算 (2)	ア	6
		イ	7
5	思考	3	10

§ 5 平面ベクトルの性質 (50点)			
		正解	配点
1	計算 (2)	ア	2
		イ	6
		ウ	3
2	思考 (1)	ア	3
		イ	4
3	基礎 (2)	ア	4
		イ	3
4	基礎 (1)	ア	8
		イ	2

§ 6 微分・積分の計算 (50点)			
		正解	配点
1	計算 (2)	ア	5
		イ	4
		ウ	2
2	基礎 (3)	ア	6
		イ	7
3	計算 (1)	ア	4
		イ	8
4	思考	ア	4
		イ	5

§ 7 微分・積分の応用 (50点)			
		正解	配点
1	基礎 (1)	ア	1
		イ	2
2	計算 (2)	ア	2
		イ	8
3	思考 (2)	ア	3
		イ	2
4	基礎 (3)	ア	4
		イ	3

§ 8 空間ベクトル, 行列の計算 (50点)			
		正解	配点
1	計算 (1)	ア	1
		イ	1
		ウ	3
2	基礎 (1)	ア	3
		イ	6
3	計算 (2)	ア	8
		イ	6
4	思考 (1)	ア	1
		イ	3

§ 9 行列の固有値と行列式 (50点)			
		正解	配点
1	計算 (1)	ア	2
		イ	4
2	基礎 (2)	ア	4
		イ	3
3	計算 (1)	ア	2
		イ	7
4	思考	ア	1
		イ	4

§ 10 2変数関数の微分・積分 (50点)			
		正解	配点
1	基礎	ア	3
		イ	5
2	計算 (3)	ア	2
		イ	4
3	基礎 (1)	ア	1
		イ	4
4	思考 (2)	ア	3
		イ	1