

異方性平板・シェルの振動と制御

成澤 哲也*

Vibration and Control of Anisotropic Plates and Shells

Tetsuya NARISAWA

Abstract - Composite materials (Fiber reinforced plastics:FRP) have been widely used for many mechanical components and aerospace planes in the light weight design, since they have highly specific tensile strength and stiffness compared with metals. The anisotropic property of the FRP has to be considered for realization of weight saving design in the engineering field. This report is concerned with the recent developments in the vibration analysis and vibration control method for plates and shells made by laminate composite materials in conjunction with author's studies.

Key Word : FRP, Cylindrical Shell, Curved Plate, Vibration Analysis, Vibration Control

1. はじめに

樹脂系繊維強化複合材料(FRP:Fiber Reinforced Plastics)は、比剛性、比強度が高いため軽量化が達成でき、産業機器や航空宇宙機に利用が拡大している⁽¹⁾。その設計に当たってはFRPの異方性を有効に活用することが望ましいが、現場では積層形態を工夫して疑似等方性としているのが現状である。ところが近年、その異方性を積極的に利用するテーラリング技術の開発が望まれ、FRP関連の研究は異方性構造の振動応答に関する実験、解析に集中してきている。

機械工業分野におけるFRPの動的設計に関する研究は現在進行中のため、実用的なFRP利用のCADがいまだに実現できていない。したがって、計算プログラムの作成を設計者、研究者が独自で行っている。一方、FRPの振動分野の研究発表数は膨大なため、研究レビューも多く存在するが、網羅的な感がある。そこで、本報では積層FRP平板・シェルの振動と制御分野の研究動向を、筆者らの研究成果を含めて概説し、その問題点をまとめた⁽²⁾。

2. 研究の動向と問題点

2. 1 面外せん断変形の仮定に関する問題

力学モデルとしては三次元異方性弾性論⁽³⁾を用いて記述するが、自由度が一方向自由度の3乗の割合で増加するため、二次元問題に下げる工夫を行う。その手

法として一般に板厚方向の面内変位を仮定して与える。仮定として、曲げによるたわみ、せん断変形、板厚の伸縮変形および層間変位を与えるが、どの程度厳密に考慮するかは問題に対応して決定される。初期の研究としては1980年代に遡り、木材やベニヤ板について、モード形状を代数多項式で仮定したレイリー・リッツ法により、各種境界条件での基本振動数を計算し実験と比較した論文等がある^{(4)~(6)}。しかし、異方性積層板の解析が本格化するのには1960年以降になる。

シェル横断面の変形仮定であるキルヒホッフ・ラブの仮説は、1850年にKirchhoffが発表した平板理論の仮説⁽⁷⁾をLove⁽⁸⁾がシェル理論に取り入れたものであり、薄肉シェルでは妥当で、古典シェル理論(CST:Classical Shell Theory)とよばれる。この仮説に基づく面外せん断ひずみと面外伸縮ひずみが無視されるため、シェル内任意点の変位は中央面の変位で一義的に決定され、取り扱いが簡単になる。

FRPは、1942年にガラス繊維強化ポリエステルが米国で開発、1970年代には高弾性カーボン繊維が登場、構造用途としての実用化の時代に入った。高弾性繊維の出現で、繊維と母材の面内剛性と面外剛性の値が著しく異なるようになり、面外せん断変形を省略する古典理論の誤差が論じられた^{(9)~(11)}。たわみは小さく、座屈荷重は大きく、固有振動数は高く計算され、10%を越える誤差を生じる。このことから、FRP構造に対する信頼性ある静・動的な解析を行うには、面外せん断

* 釧路高専機械工学科

変形を取り入れた解析が必要となる。面外せん断変形を考慮した研究は1960年代に始まる。Stavsky⁽¹²⁾は、等方性で作られた積層板の面外変位を厚さ方向に一次関数展開する一次せん断変形理論(FDST:First-order Shear Deformation Theory)を発表し、キルヒホッフの仮説の欠点を克服、以降の研究にはずみがついた^{(13)~(17)}。

厚さ方向に一様なせん断変形を仮定する一次せん断変形理論は現実と合わせるため、せん断修正係数を掛けて補正する^{(18)~(20)}。具体的には、Timoshenko⁽²¹⁾が $2/3$ 、Reissner⁽²²⁾が $5/6$ 、Mindlin⁽²³⁾が $\pi^2/12$ を提唱している。BertとChen⁽²⁴⁾は $5/6$ を用いてアングルプライ積層板の基本振動数を古典理論と一次せん断変形理論で求め、板厚／長さ比による違いを示した。ところが、各層のせん断剛性が著しく異なる場合には、局所的な修正の必要性のあることが示されている^{(25),(26)}。

解析に当たっては、古典理論か一次せん断変形理論の選択を迫られる。古典理論は精度よりも、その簡便さに利用価値がある。一方、変位場を高次に展開する高次せん断変形理論(HSDT:Higher-order Shear Deformation Theory)⁽²⁷⁾は、精度が向上、各層の応力が求まるが、定式化が複雑となる。そこで、振動解析に用いる面外せん断変形の展開に関する研究が多く出された^{(28)~(31)}。

筆者らはこのような背景をふまえ、フィラメント・

ワインディング(FW)法により作られる円筒シェルの等価剛性⁽³²⁾を求め、固有振動数を求めた⁽³³⁾。また、古典理論、一次せん断変形理論を用いて計算し、いくつかの形状と異方性の程度が固有振動数に与える影響について求めた⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾。FRPの成形法として、射出成形法、ハンドレイアップ法、プリホーム・マッチドメタルダイ法、加圧ゴム法、プレス成形法、スプレーアップ法などがあるが、これらは繊維の配列を工夫して等方性化することを基盤としている。しかし、Youngは本来の異方性材として利用するFW成形法を1955年に完成している。FW法は樹脂(エポキシなど)を含浸させた、ロービング(炭素繊維など)を希望形状のマンドレル(下型)に、マンドレルの回転速度とノズルの左右送りを調節しながら巻き付けて、任意の厚さに積層するものである(図1)⁽³⁶⁾。

図2より、オイラー・ベルヌーイのはり理論とチモシェンコのはり理論から求まる固有振動数は、一次せん断変形理論に基づく固有振動数と比べて過大評価されることが明らかである。

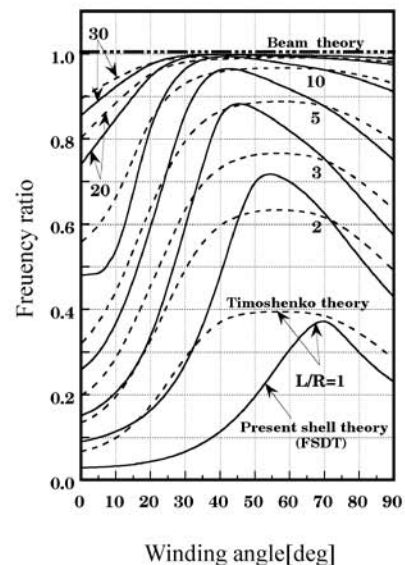


Fig.2 Comparison of fundamental frequency obtained by beam theory; $m=1, n=1, h=2.0 \times 10^{-4}[\text{m}]$

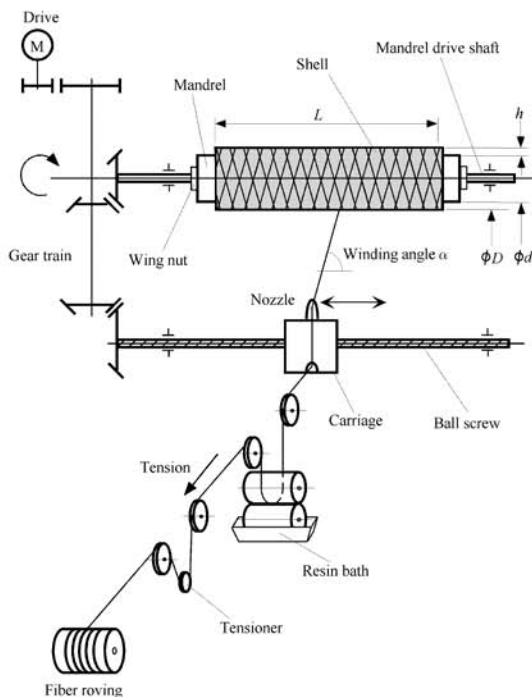


Fig.1 Schematic diagram of FW forming process

2. 2 曲面構造とシェル理論の問題

厚みが曲率半径に比して小さい曲率を持つ構造を曲面構造とよぶ。また、はり理論の分類として、オイラー・ベルヌーイの仮説に従う初等はり理論、等価的なせん断変形を取り入れたチモシェンコのはり理論がある⁽³⁷⁾。図3に示すように、シェルの振動問題では軸方向だけでなく、周方向にもモードが発生する。とくに、薄肉の場合には周方向モードは高次をとり、

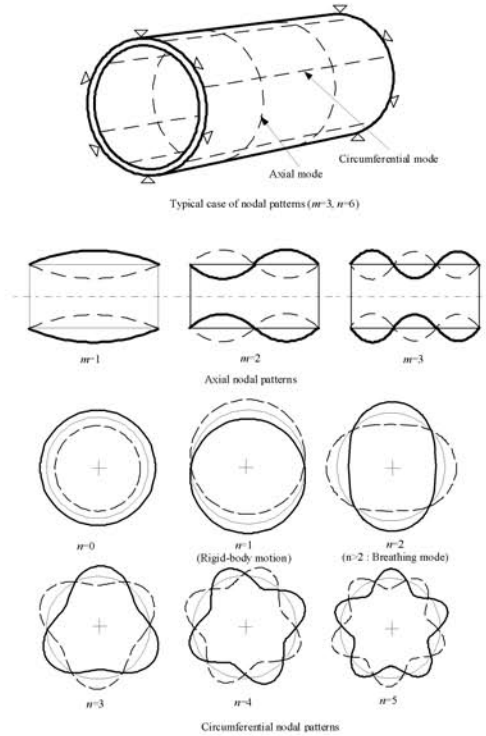


Fig.3 Typical case of nodal patterns of cylindrical shells

その高次モードで基本振動数をとることがある⁽³⁸⁾。ところが、初等はり理論では周方向にモードが発生する振動問題を取り扱うことができないため、シェル理論による定式化が欠かせない。

また、面内膜応力のみを考え、曲げモーメントを考

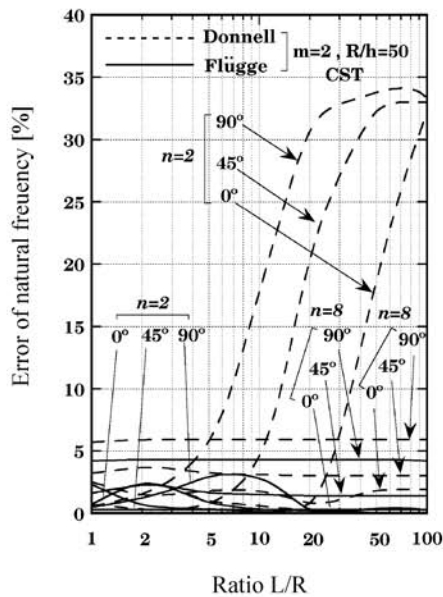


Fig.4 Error of natural frequencies obtained from the Flugge and Donnell's shell theory compare to the FSDT for various L/R ratios; m=2

慮しない膜理論がある。膜理論は曲率があることによって、膜面に垂直な方向の荷重を膜応力で支える。航空機のシェル構造はできるだけ曲げ応力を小さくして、膜応力状態になるように設計される。一般シェル理論には、シェル断面の扇形状を厳密に定式化するフリューゲの理論がある^{(39),(40)}。この場合には曲率に面内成分が入るため、面内荷重と曲げの連成カップリングが発生する。この複雑さをきらい、解析モデルの簡易化のためにシェル理論の簡略化が行われる。古くは、ドンネルの理論がある^{(41),(42)}。これは面内荷重と曲げ問題を分離する方法であり、ドンネルは円筒シェルの座屈解析に適用した。この理論によると、曲率がもたらすカップリングが無くなり、シェル理論に平板の理論を用いることができるが、周方向が低次のモードでは結果に誤差が出ることが筆者により明らかとなった⁽⁴³⁾。また、筆者はフリューゲの理論とドンネルの理論の相違を明らかにし⁽⁴⁴⁾、FW円筒シェルに用いるための適用範囲とシェル形状、材料異方性がもたらす誤差について検討した(図4)。さらに、材料異方性と円筒形状が固有振動数に及ぼす影響に関して報告した⁽⁴⁵⁾。

2. 3 積層構造のモデル化の問題

積層構造のモデル化には一般的に積層理論(Lamination theory)を用いる。積層理論は、各層独立に扱うのではなく、等価な一枚の均質材に変換する理論(Equivalent single layer theory)であり、積層板のひずみと変位の記述にあたって板理論で仮定したものを使うことができる(図5)。シェルに応用するには、座標

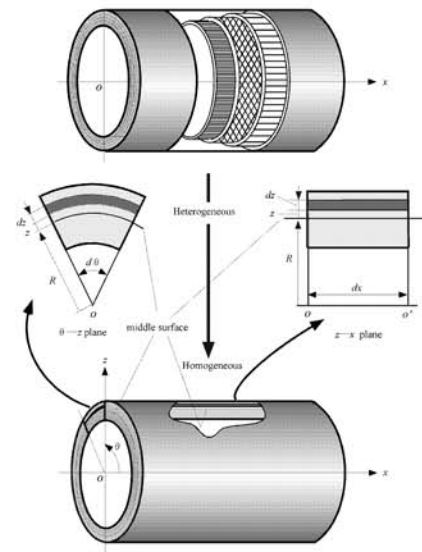


Fig.5 Equivalent single layer theory for laminated shell

変換すれば良い。

1980年代に入って種々の形状の異方性平板を対象に解析が行われたが単層板に限られていた。1990年代に入って、松本ら^{(46),(47)}が曲げによる中立面の移動を考慮したFEM振動解析を行っているが、古典理論であった。一次せん断変形理論を用いた円筒シェルの振動解析としては、伝達関数を用いた解析⁽⁴⁸⁾、ベキ級数展開によるレイリー・リッツ法を用いた解析⁽⁴⁹⁾、多層理論による解析⁽⁵⁰⁾、定常応答解析⁽⁵¹⁾、円すい殻⁽⁵²⁾や回転円筒殻⁽⁵³⁾を扱った解析などがある。これら一連の研究は振動解析精度の向上を目的としたものである。

解析法の進歩とともに、設計自由度が増え設計現場における振動計算としては実用的とは言えなくなっている。積層理論の適用は多層積層された場合でも等価な単層構造に置き換えることができるので、たわみや固有振動数のようなグローバルな応答を把握する場合に有効である。ところが、各層独立に運動方程式を立てるレイヤーワイズ理論(LWT: Layerwise Theory)が登場した⁽⁵⁴⁾。レイヤーワイズ理論は1987年にReddy⁽⁵⁵⁾が発表した。支配方程式の数は積層数に依存して増大する。したがって、積層構造のモデル化にあたっては、要求される精度と項目によって設計者が選択すべきものとなる。

筆者らは固有振動数を高めることを目的に、FW円筒シェルの積層形態と固有振動数の関係についてまとめた^{(56),(57)}。さらに、曲げ変形の仮定をモデル化し

行い、せん断変形を受けるシェルの剛性をコンパクトな形で定式化する試みを行った^{(58)~(60)}。そのために、一次せん断変形理論を修正して、せん断による横断面の傾きと曲率変化を用いてシェルの慣性項と剛性項を修正する方法を提案した。提案する手法で厚肉短小円筒シェルの基本振動数を計算したところ、古典理論の誤差は18%程度であるのに対して、本手法(●記号)は1%以下の誤差に収まる(図6)。特に、厚肉になるほど一次せん断変形理論の結果に近づくことが確認され、複雑な振動応答に対しても有効であることを明らかにした。類似の手法として、せん断力が刻々変化する板曲げ加工への適用例がある⁽⁶¹⁾。

2. 1 ~ 2. 3 までの研究成果は国際会議にて発表した^{(62),(63)}。

2. 4 制御系設計の問題

近年、構造系—制御系の最適設計が要求されている。すなわち、過渡応答と定常応答を求める強制振動問題となる。構造系としては、FRPを利用したことによる柔軟構造としての取り扱いが必要となる^{(64),(65)}。したがって、高次モードの打ち切り次数の決定と、制御系の設計次数の決定等が課題である。この問題のアプローチとしては、異方性構造の固有振動数と固有モードの推定が必要となってくる。したがって、前述の振動解析の結果に制御則を用いて安定性等を議論する。

制御系からみたモデリング関係の文献としては、小林らが片持ちアングルプライ平板のモードをレイリー・リッツ法で求め、最適制御理論を用いて制御系設計を行い⁽⁶⁶⁾、さらにFRP補強された鋼板のスピンオーバー問題について議論している⁽⁶⁷⁾。また、筆者らはまず、一次元解析であるはりの問題に最適制御理論を適用して、振動制御解析を試みた⁽⁶⁸⁾。また、

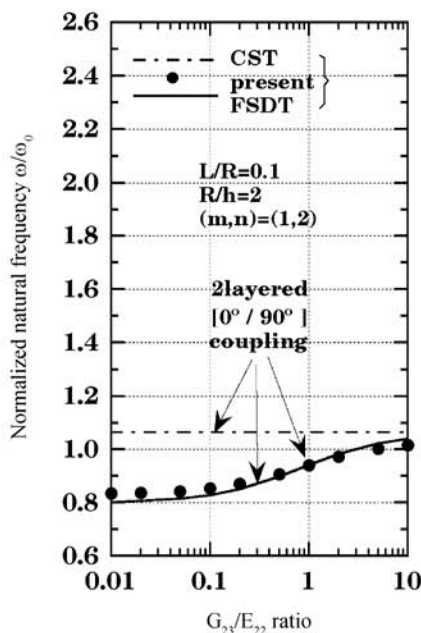


Fig.6 Comparison of fundamental frequency to that obtained by beam theory; $m=1, n=1, h=2.0 \times 10^{-4}$ [m]

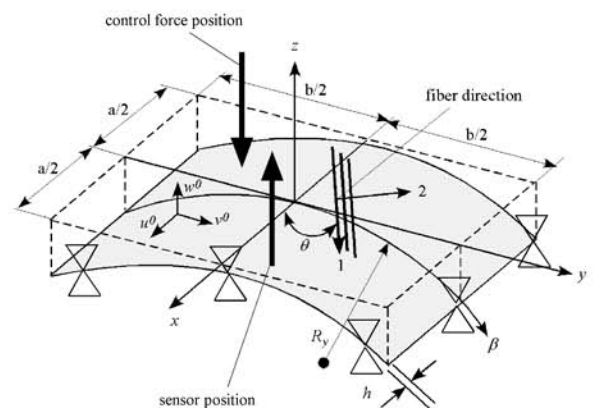


Fig.7 Curved composite plate for vibration control

偏平FRP平板についてレイリー・リッツ法を適用し、固有振動数と固有モードを推定した。そのために、固有関数をべき級数で展開した場合⁽⁶⁹⁾と、はり関数で展開した場合⁽⁷⁰⁾のそれぞれについて求め、偏平率や異方性の程度が固有振動数と固有モードに与える影響を調べた⁽⁷¹⁾。その上で、繊維配向の違いによる偏平FRPシェルのモードを調べ、センサと制御点の位置を決定し、周波数応答および制振性について検討した⁽⁷²⁾⁽⁷³⁾。

図8は全周単純支持偏平FRPの固有振動数と固有モードである。3次までの制御器を設計した場合の系の周波数応答が図9、最適制御理論を適用したステップ応答とその制振結果が図10である。

また、振動制御にはFRPの減衰機構⁽⁷⁴⁾について検討することも重要な課題であることを記す。さらに、近年、FRPトラスの構造への実用化も進められている、今後の研究に期待したい⁽⁷⁵⁾。

3. おわりに

本報では複合材料で作られた平板とシェルの振動・制御問題について概説した。また、これまで優れた文献、テキストが出されている^{(76)~(87)}。他の参考文献と

ともに参照いただきたい。積層複合構造のダイナミクス研究は日本機械学会シェルの振動と座屈研究会の大きなテーマであり、筆者の一連の研究は本研究会の各委員の多大なご協力による成果である、ここに感謝の意を表す。

参考文献

- (1) FRP 応用の文献は多い。
- ・村田・成澤, 繊維強化プラスチックシートのプレス成形における成形速度依存性, 塑性と加工, **25**-287, (1984), 1119-1123.
- ・科学技術庁宇宙開発委員会, 宇宙開発政策大綱, (1996).
- ・福田, 異方性の積極的な利用 (I), 日本複合材料学会誌, **14**-1, (1988), 20-25.
- ・若島, 繊維複合材料の異方性, 精密工学会誌, **60**-6, (1994), 759-763.
- ・日経メカニカル, 航空宇宙機器に見るCFRP利用技術, **5**・15, (1989), 16-30.
- (2) 参考になる研究展望として以下がある。
- ・成田, 複合材料構造物のモデリングと振動問題における研究展望, 機論C, **59**-565, (1993), 2593-2599.
- ・成田, 連続体の振動解析に関する研究展望 (はり, 平板, 殻の振動問題), 機論C, **61**-583, (1995), 738-745.
- ・Noor, A. K., and Burton, W. S., Assessment of Shear Deformation Theories for Multilayered Composite Plates., *Appl. Mech. Rev.*, **42**-1, (1989), 1-13.
- ・Reddy, J. N. and DH Robbins Jr., Theories and Computational Models for Composite Laminates., *ASME, Appl. Mech. Rev.*, **47**-6, (1994), 147-169.
- ・成澤, 積層複合円筒殻の自由振動解析のためのモデリング化, 東京都立高専研究報告書, **31**, (1996), 45-54.
- (3) Tsai, S. W., Composite Design (4th Edition), (1988), *Think Composites*. など。
- (4) Vinson J. R. and Chou, T. W., Composite Materials and Their Use in Structures., *Applied Science Publishers*, (1975), Chapter 6. に詳しい。
- (5) Hearmon, R. F. S., The Elastic Constants of Anisotropic Materials., *Revs., Mod. Phys.*, **18**, (1946), 409.
- (6) Hearmon, R. F. S., The Fundamental Frequency of Vibration of Rectangular Wood and Plywood Plates., *Proc. of the Physical Society of London*, **58**, (1946), 78-92.
- (7) Kirchhoff, G., Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer Elastischen Scheibe., *Z. Angew. Math. Mech.*, **40**, (1850), 51-88.
- (8) Love, A. E. H., A Treatise on The Mathematical Theory of Elasticity., *Dover Publications*, (1944).
- (9) Pagano, N. J., Analysis of the Flexure Test of Bidirectional Composites., *J. Composite Mater.*, **1**-4, (1967), 336-

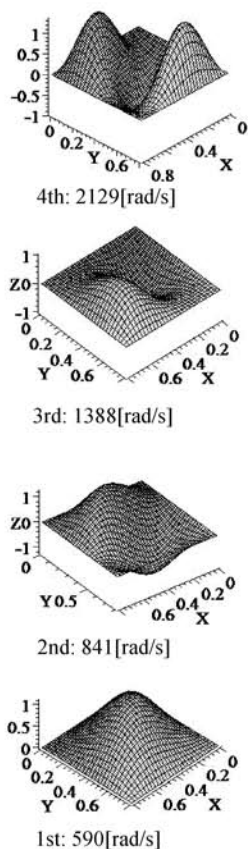


Fig.8 Mode-shapes and frequencies
($a/R_f=0.01$, $\theta=30^\circ$)

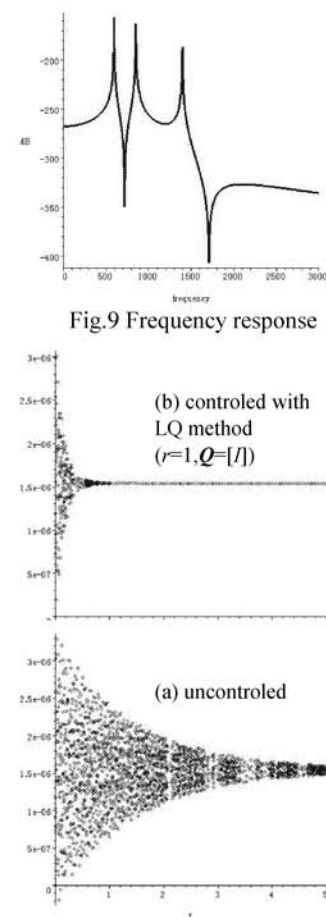
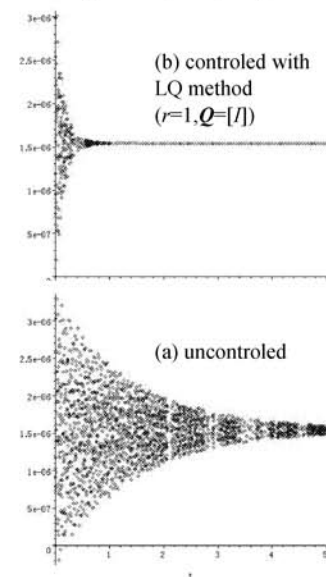


Fig.9 Frequency response



343.

- (10) Wu, C. I. and Vinson, J. R., Influences of Large Amplitudes, Transverse Shear Deformation, and Rotatory Inertia on Lateral Vibrations of Transversely Isotropic Plates., *J. Appl. Mech.*, **36**, (1969), 254-260.
- (11) Wu, C. I. and Vinson, J. R., On the Nonlinear Oscillations of Plates Composed of Composite Materials., *J. Composite Mater.*, **3**, (1969), 548-561.
- (12) Stavsky, Y., On the Theory of Heterogeneous Anisotropic Plates., Doctoral Thesis, *M. I. T. Press*, Cambridge, Massachusetts, (1959).
- (13) Yang, P. C., Norris, C. H. and Stavsky, Y., Elastic Wave Propagation in Heterogeneous Plates., *Int. J. Solid and Structures.*, **2-4**, (1966), 665-684.
- (14) Whitney, J. M. and Pagano, N. J., Shear Deformation in Heterogeneous Anisotropic Plates., *J. Appl. Mech.*, **37-4**, (1970), 1031-1036.
- (15) Whitney, J. M., The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Laminated Plates., *J. Composite Mater.*, **3-3**, (1969), 534-547.
- (16) Reissner, E., The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates., *J. Appl. Mech.*, **12-2**, (1945), 69-77.
- (17) Ambartsumian, S. A., Theory of Anisotropic Shells., *NASA TTF-118*, (1964), (*Technomic Publishing*, 1970.)
- (18) Kulkarni, S. V. and Pagano, N. J., Dynamic Characteristics of Composite Laminates., *J. Sound and Vib.*, **23-1**, (1972), 127-143.
- (19) Chatterjee, S. N. and Kulkarni, S. V., Shear Correction Factors for Laminated Plates., *AIAA J.*, **17-5**, (1979), 498-499.
- (20) Whitney, J. M., Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates., *J. Composite Mater.*, **6**, (1972), 426-440.
- (21) Timoshenko, S., On the Correction for Shear of the Differential Equations for Transverse Vibrations of Prismatic Bars., *Phil. Mag.*, **41-5**, (1921), 742.
- (22) Reissner, E., On a Variational Theorem in Elasticity., *J. Math. Phys.*, **29-2**, (1950), 90-95.
- (23) Mindlin, R. D., Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates., *J. Appl. Mech.*, **18-1**, (1951), 31-38.
- (24) Bert, C. W. and Chen, T. L. C., Effect of Shear Deformation on Vibration of Antisymmetric Angle-Ply Laminated Rectangular Plates., *I. J. Solids Structures.*, **14**, (1978), 465-473.
- (25) Sun, C. T., Achenbach, J. D. and Herrmann, G., Continuum Theory for a Laminated medium., *J. Appl. Mech.*, **35**, (1968), 467-475.
- (26) Whitney, J. M. and Sun, C. T., Theories for the Dynamic Response of Laminated Plates., *AIAA J.*, **11**, (1973), 178-183.
- (27) Reddy, J. N., A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates., *J. Appl. Mech.*, **51**, (1984), 745-752.
- (28) Ambartsumyan, S. A., Contributions to the Theory of Anisotropic Layered Shells., *Appl. Mech. Reviews*, **15-4**, (1962), 245-249.
- (29) Lo, K. H., Christensen, R. M. and Wu, E. M., A High-Order Theory of Plate Deformation., Part 1: Homogeneous Plates., *J. Appl. Mech.*, (1977), 663-668.
- (30) Lo, K. H., Christensen, R. M. and Wu, E. M., A High-Order Theory of Plate Deformation., Part 2: Laminated Plates., *J. Appl. Mech.*, (1977), 669-676.
- (31) Khder, A. A. and Reddy, J. N., Analytical Solutions of Refined Plate Theories of Cross-Ply Composite Laminates., *J. Pressure Vessel Technology*, **113**, (1991), 570-578.
- (32) 植村・ほか, フィラメント・ワインディング材の剛性について, 東京大学宇宙航空研究所報告, **4-3(B)**, (1968), 458-463.
- (33) 成澤, FW 積層複合円筒殻の剛性と固有振動数について, 東京都立高専研究報告書, **34**, (1999), 41-47.
- (34) 成澤・川原・鈴木, 積層複合円筒殻の振動特性に関する研究 (材料異方性および円筒形状が固有振動数に及ぼす影響), 機論 C, **64-621**, (1998), 1479-1484.
- (35) Narisawa, T., Kawahara, M. and Suzuki, K., Influence of Anisotropy of Composite Materials on the Vibration Characteristics of Laminated Composite Cylindrical Shells., *Proc. of A-PVC*, (I), (1997), 538-543.
- (32) 牧・島村・ほか, フィラメント ワインディング, 日刊工業新聞社, (1970).
- (37) Timoshenko, S. P., Young, D. H. and Weaver, W. R., Vibration Problems in Engineering., 4th edition, *John Wiley & Sons*, New York, (1974). (谷口・田村 訳, 新版 工業振動学, (1990), コロナ社, 5章.)
- (38) 小林・長島, CFRP 積層円筒殻の振動特性, 日本航空宇宙学会誌, **34-389**, (1986), 332-339.
- (39) Flügge, W., Stresses in Shells., 4th Edition, *Springer-Verlag*, (1967), 208-216.
- (40) Flügge, W., Statik und Dynamik der Schalen., *Verlag von Julius Springer*, (1934), (坪井・寺崎共訳, 曲面板の力学 (訂正6版), コロナ社, (1965))
- (41) Donnell, L. H., Stability of Thin-Walled Tubes Under Torsion., *Report National Advisory Committee for Aeronautics*, No. **479**, (1933), 95-116.
- (42) Vinson, J. R., Structural Mechanics: The Behavior of Plates and Shells., *John Wiley & Sons*, (1974), Chapter 7.
- (43) 成澤, 積層複合円筒殻の固有振動数と面外せん断変形について, 機講論, No.00-6, (2000), 172.
- (44) 成澤, 積層複合円筒殻の自由振動解析に用いる曲げ理論と殻理論について, 東京都立工業高等専門学校研究報告, **33**, (1998), 31-36.
- (45) 成澤・川原・鈴木, 積層複合円筒殻の振動特性

- に関する研究（材料異方性および円筒形状が固有振動数に及ぼす影響），機論C，**64**-621，(1998)，1479-1484.
- (46) 松本・鈴木・小林，対称積層構造材の振動特性解析法の研究（CFRP 円筒シェルの加振実験），機論C，**57**-536，(1991)，1107-1112.
- (47) 松本・座古・鈴木，非対称積層構造材の振動特性解析法の研究（FEM平板モデルによる固有値解析），機論C，**58**-550，(1992)，1804-1807.
- (48) 山田・小林・太田，クロスプライ積層円筒殻の自由振動，機論C，**57**-533，(1991)，27-34.
- (49) 太田・成田・ほか，アングルプライ積層厚肉円筒殻の自由振動，機論C，**57**-538，(1991)，1815-1823.
- (50) 太田・成田，多層理論を用いたクロスプライ積層平板の振動解析，機論C，**2**-594，(1996)，444-450.
- (51) 一宮・成田・丸山，FRP積層長方形板の定常応答，機論C，**55**-511，(1989)，549-555.
- (52) 鹿内・鈴木・小島，積層複合変厚円すい殻の軸対称振動，機論C，**62**-603，(1996)，4126-4132.
- (53) 井川・山下・遠藤，初期応力を受ける回転厚肉異方性円筒殻の振動解析，機論C，**62**-600，(1996)，3005-3012.
- (54) Noisier, A., Kapania, R. K. and Reddy, J. N., Free Vibration Analysis of Laminated Plates Using a Layerwise Theory., *AIAA J.*, **31**-12, (1993), 2335-2346.
- (55) Reddy, R. N., An Evaluation of Equivalent-Single-Layer and Layerwise Theories of Composite Laminates., *Composite Structures*, **25**, (1993), 21-35.
- (56) 成澤・川原・鈴木，積層複合円筒殻の振動特性に関する研究（FW 対称積層円筒殻の固有振動数），機論C，**65**-631，(1999)，864-872.
- (57) 成澤・川原・鈴木，積層複合円筒殻の振動特性に関する研究（FW 逆対称積層円筒殻の固有振動数），機論C，**66**-646，(2000)，1747-1755.
- (58) 成澤・川原・鈴木，積層複合円筒殻の振動特性に関する研究（相当曲率を用いた固有振動数の簡易計算法），機講論，No.97-7/I-A，(1999)，348-351.
- (59) 成澤，相当曲率を用いた積層複合円筒殻の固有振動数の簡易計算法，東京都立工業高等専門学校研究報告書，**35**，(2000)，25-30.
- (60) Narisawa, A Study on Refined Analytical Method for Free Vibration Analysis of Laminated Composite Cylindrical Shells Using Equivalent Curvature., *JSME Int. J.*, Series C, **451**, (2002), 32-39.
- (61) 吉田，積層複合板の弾塑性変形の力学，塑性と加工，**32**-360，(1991)，20-26.
- (62) Narisawa, Influence of Laminated Composite Materials on the Vibration Characteristics of Laminated Circular Cylindrical Shells., *Proc. of ASME, PVP-2002*, (2002), 12A12/MF04.
- (63) Narisawa, Influence of Fiber Orientation of Composite Materials on Natural Frequencies of Filament-Wound Cylindrical Shells., *Proc. of ASEM2002*, (2002), W6E.
- (64) 吉田，柔軟構造物のモデリングと制御理論，計測と制御，**32**-4，(1993)，276-283.
- (65) Morris, K. A., Control of Flexible Structures., *American Mathematical Society*, (1993).
- (66) 小林・山田・小野，直交異方性を有する片持長方形板の振動制御，機論C，**58**-553，(1992)，2631-2636.
- (67) 中西・小林・山田，FRP 補強された柔軟構造物の構造と振動制御系の設計，機講論，No.00-6，(1993)，22.
- (68) 成澤，直交異方性 FRP 円筒梁の振動制御，東京都立工業高等専門学校研究報告書，**38**，(2003)，53-56.
- (69) 成澤・青木・馬場，偏平 FRP シェルの振動解析，機講論 No.03-7，(2003)，255.
- (70) 成澤・青木・馬場，FRP シェルの偏平率が固有振動数に与える影響，機講論 No.040-1，(2004)，303.
- (71) 成澤，偏平 FRP シェルの振動制御，東京都立工業高等専門学校研究報告書，**39**，(2004)，41-46.
- (72) 成澤，FRP 構造シェルの振動解析とその制御，機講論，機講論 No.04-1-6，(2004)，11-12.
- (73) 成澤・高岡・皆木，偏平 FRP シェルの振動応答，機講論 No.04-05，(2004)，294.
- (74) 成澤・青木・清水，構造減衰を考慮した FRP 構造材の振動特性，機講論 No.0031-1，(2003)，391-392.
- (75) 成澤・青木・上保，FRP 材料を用いた構造物の成形に関する研究（第 1 ～ 3 報），(2005)，（日本機械学会関東支部総会講演会で講演予定）
- (76) 林，複合材料工学，日科技連出版，(1971).
- (77) Jones, R. M., Mechanics of Composite Materials, *McGraw-Hill book*, (1975).
- (78) Vinson, J. R. and Chou, T. W., Composite Materials and Their Use in Structures., *Applied Science Pub.*, (1975).
- (79) Tsai, S. W. and Hahn, H. T., Introduction to Composite Materials., *Technomic Pub.*, (1980).
- (80) Reddy, J. N., Energy and Variational Methods in Applied Mechanics., *John Wiley & Sons*, (1984).
- (81) Whitney, J. N., Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates., *Technomic Pub.*, (1987).
- (82) Vinson, J. R. and Sierakowski, R. L., The Behavior of Structures Composed of Composite Materials., *Martinus Nijhoff*, (1986). (福田・野村・武田 共訳，複合材料の構造力学，日刊工業新聞社，(1987))
- (83) Mallick, P. K., Fiber-reinforced Composites, *Marcel Dekker*, (1993).
- (84) Soedel, W., Vibrations of Shells and Plates. (Second Edition), *Marcel Dekker*, (1993).
- (85) Reddy, J. N., Mechanics of Laminated Composite Plates. (Theory and Analysis), *CRC Press*, (1996).
- (86) 鈴木ほか，シェルの振動入門，コロナ社，(1996).
- (87) 鈴木・成澤ほか，シェルの振動と座屈ハンドブック，日本機械学会編，技報堂出版，(2003).