

光円錐ゲージ超弦の場の理論における コンタクト項発散の問題と次元正則化

村上 公一*

Contact term problem in light-cone gauge superstring field theory and dimensional regularization

Koichi MURAKAMI

Abstract — In this article, we briefly review our current research on the contact term problem in superstring field theory. This is a divergence problem, which has been a crucial obstacle to formulating the superstring field theory for a long time. We have proposed a dimensional regularization scheme to tame this divergence in the light-cone gauge formulation of NSR strings. We have verified that our regularization works well at least for the tree-level amplitudes. This paper is based on the collaboration with N. Ishibashi and Y. Baba.

Key words: string field theory, dimensional regularization, contact term problem

1. 序 — 弦理論の非摂動論的性質の重要性 と弦の場の理論の重要性

自然界に存在する4つの基本的な力(重力, 電磁気力, 弱い力, 強い力)のうち, 重力以外については量子論が構築され, しかも実際の実験結果をほぼ完全に説明できるまでになっている. 近年のLHC実験におけるヒッグス粒子の発見はまさにこの顕著な成功の一例である. これに対して, 重力は現在実験結果を満足に説明できる量子論が確立していない. 1980年代後半に, 弦理論が重力を自然に含む, 計算可能な量子論になっていると認識された [1, 2, 3] が, 爾来, 計算可能な重力の量子論の理論的な枠組みは, 現在に至るも弦理論のみであり, これを研究することは重要である.

1990年代にPolchinskiらにより定式化されたD-ブレーンと呼ばれる超弦理論のソリトン [4] は, 物質を記述する場の量子論の枠組みであるゲージ場の理論と, 時空の構造を決定する重力との間に対

応関係を与えることがわかってきた. よって, D-ブレーンのような超弦理論の非摂動論的性質を解明すれば, 自然界の物質と時空の構造とを結ぶ統一的な記述が得られることが強く示唆される. こうして, 近年になって超弦理論の非摂動論的性質の解明は, 非常に重要なテーマと認識されるようになった. そして, 我々もこの課題に迫ることを目的として研究を行ってきた.

空間的に拡がりを持たない点粒子は, 時間発展することにより, 時空中に曲線の軌跡を描く. これと同様に, 1次元的に拡がった物体である弦は, 時間発展することにより時空中に2次元面の軌跡を描く. 弦理論は, この2次元面上の共形場理論として定式化されて, 大きな成功を収めてきた [5]. しかし, これは弦の第一量子化の理論であり, 一体問題を与える定式化である. ここで, 点粒子の量子論の事情を思い出してみると, そこでは, 理論の非摂動論的性質を理解するためには, 場の理論を構築し, 粒子間の相互作用を系統的に扱う第二量子化を行うことが不可欠な手続きであった. このことを鑑みると, 弦理論においても, 非摂動論的性質を理解する

* 釧路高専一般教育科

ためには、第一量子化にとどまらず、第二量子化の理論の構築を目指すのは自然な流れであり、また、きわめて重要であると考えられる。我々はまさにこの点に注目し、超弦の場の理論を考察してきた。

2. 研究の動機—コンタクト項問題

超対称性を持たないボゾン弦については、1974年の段階ですでにKaku-吉川 [6] により弦の場の概念が導入され、光円錐ゲージにおいて第二量子化の手続きが踏まれた。その後10年以上経って、統一理論としての弦理論が注目を集める中、弦の場の理論を超対称な場合に拡張することや、ゲージ不変な形に定式化することが、多くの研究者によって試みられた（例えば文献[7, 8]）。ここで、理論を超対称に拡張しようとした際に、超弦の相互作用点が衝突する散乱振幅において、物理的に解釈できない発散が生じるという問題が発見された [9]。これは「コンタクト項の問題」と呼ばれ、現在に至るも克服できず、超弦の場の理論の定式化を妨げる致命的な問題点として立ちはだかっている。この発散の問題の解決法が明快にならないために、弦理論の第二量子化の理論である弦の場の理論を構築するという研究は、上でも述べたように自然な研究の方向であるにもかかわらず、下火になってしまいうとともに、この理論に対する不信感が広がってしまった（例えば、1998年に上梓され、現在、世界で最も標準的な弦理論の教科書である文献[10]においても、弦の場の理論を紹介した節の最後に否定的なコメントが述べられていた）。こうして、長年にわたって弦の場の理論に対して否定的な考え方が広まっていたのであるが、2000年にSenによって打ち立てられた、不安定なD-ブレーンの非摂動論的效果に対する予想 [11] を、Schnablが弦の場の理論を用いて2007年に精密な形で解決をした [12] ことにより、弦の場の理論の正当性と有用性が認識され、その重要性が再確認される形となり、弦の場の理論を取り巻く状況は大きく変化した。

我々は、このような弦理論の非摂動論的效果の重要性と、その解析における弦の場の理論の有用性・正当性が示されたことを受け、もう一度弦の場の理論を見直すことにより、弦理論の非摂動論的側面の解明に資することを目指して研究を行った。これが、我々が弦の場の理論を研究するに至った動機である。

コンタクト項問題について、最後に一つ付言する。

実は、この困難の片鱗は、超弦の第一量子化の段階ですでに垣間見えている。上に述べた発散が生じる元凶は、弦の相互作用点に弦の共形場理論にある picture - changing演算子と呼ばれる演算子が挿入されているせいであるが、この演算子の挿入は、第一量子化においては、散乱過程で弦が描く超リーマン面のモジュライ空間のフェルミオンのなセクターの境界で、散乱振幅に不定性(ambiguity)を引き起こす。これは第一量子化の超弦理論が抱える問題点であり、1980年代半ばに既にAtick-Rabin-Sen [13] などによって指摘されていた。ただし、これを無視すれば一応正しい振幅が得られるということもあって、あまり重要視されてこなかった嫌いがある。ところが、近年Wittenが一連の論文を上梓して [14] この点を再び議論することにより、多くの研究者がこの問題を再認識した。こうした弦理論が抱える問題点が、第二量子化においては、理論構築の致命的な妨げとなる発散という形で顕在化していたということがいえる。

このように、超弦の場の理論におけるコンタクト項の問題の解決は、弦の場の理論という理論の一つの形式の完成のみならず、第一量子化の理論を含めた、超弦理論全体の完成に資する重要な課題である。

3. 研究内容・成果—次元正則化の方法

我々は、このコンタクト項の問題を解決することを目指して、先ず光円錐ゲージ理論においてこの問題を考察した。これは、光円錐ゲージでは非物理的自由度が理論から消去されるため、理論が非常に簡明な形になるからである。実際、理論の無矛盾性などの理論の存在にかかわる問題については、第一量子化においても、まずは光円錐ゲージにおいて考察するのが常套手段であり、我々もこれを第二量子化において踏襲した形となっている。

光円錐ゲージのNSR型の超弦の場の理論におけるコンタクト項の発散を正則化するために、馬場裕氏および石橋延幸氏とのここ数年にわたる一連の共同研究 [15, 16] において、コンタクト項の発散を処理する方法として、次元正則化の方法を提案し、一定の成果を得ている。

具体的な処方箋は以下のとおりである：弦理論に余計な共形場理論を加えることにより、時空の次元に相当するVirasoro代数の中心電荷を大きく負の値にずらす。このとき、散乱振幅に対する共形アノマリーの寄与によって生じる因子 [17] が、この処

方により、コンタクト項からの発散を正則化することを見出した。そして、計算の最後に解析接続により、中心電荷を通常の時空の次元(臨界次元である10次元)に相当する値に戻す。

以上が処方箋であるが、この処方がうまくいっているかどうかを判定するには、次の2点に留意する必要がある。まず1点目は、解析接続を行う際に、正則化として手で加えた余計な共形場理論のセクターが理論から無害に分離するかどうか、また、発散が生じるかどうかということである。発散が生じる場合には相殺項を場の理論の相互作用項に付け加え、繰り込みを行う必要がある。第2点目は、この正則化が超弦の場の理論が持っている期待されるゲージ対称性を壊していないかどうかということである。特に、我々の正則化においては、上で述べたように、理論のVirasoro代数の中心電荷を、超弦理論がふつう定義される臨界次元である10次元に対応する値から大きくずらすので、理論の無矛盾性を保証するゲージ対称性が破れていないかどうかは、特に慎重に検討する必要がある。

まず、第1点目については、我々は、少なくとも散乱振幅のtreeレベルにおいては、手で加えた余計な共形場理論のセクターが無害に分離することを示した。そしてまた、弦の場の理論の相互作用項に相殺項を付け加える必要がないことを示した。

次に第2点目については、ゲージ固定していない弦の場の理論において、我々の正則化の下で、理論がゲージ不変であることを証明するか、あるいは、off-shellの相関関数の間に成り立つBRST-ワード恒等式が保たれるかを見る必要がある。しかし、我々は、理論のゲージ対称性を完全に固定した光円錐ゲージ理論を扱っているので、この解析は難しい。そこで、我々は、off-shellの相関関数ではなくて、on-shellのS行列について、これが、共形ゲージの共形場理論におけるBRST不変な相関関数の形に書き換えられるかを検証した。この解析は、臨界次元において、D' Hoker-Giddings [18] や 青木-D' Hoker-Phong [19] が行ったことを、次元正則化した非臨界次元の理論へ拡張できるかという問題である。我々は、複雑な形で相互作用する縦波方向の共形場理論をうまく構成することにより、この問題を、超対称な場合には少なくともtreeレベルのS-行列について、肯定的に解決することに成功した。また超対称性を含まない、ボゾン弦の場合は任意のループレベルでうまくいくことを見いだした。S-行列のBRST不変性は、弦の場の理論のゲージ不変性の

基礎を成す対称性であるので、この事実は我々の正則化が理論のゲージ対称性に抵触しないことを強く示唆した重要な結果であると考えている。

以上のようにして、散乱振幅のtreeレベルでは、我々の提案した次元正則化がうまく働いてコンタクト項の問題を克服できること示すことができた。

4. まとめと今後の課題

我々は、超弦の場の理論が抱える、コンタクト項問題と呼ばれる発散の問題に取り組んだ。我々は、この発散をうまく処理できる正則化を探すことを行い、現在、次元を通常、超弦が定義される臨界次元(10次元)から、大きく負の値にずらすことで、この発散をうまく処理できるのではないかと提案している。発散そのものについては、うまく有限化することができるのであるが、これが弦理論の持つ重要な対称性である、ゲージ対称性に抵触しないかどうかを検証することが重要である。我々は、少なくともtreeレベルのS-行列においては、ゲージ対称性の基礎となるBRST対称性が保たれていることを示すことに成功した。また、我々の正則化においては、場の理論の相互作用項に、相殺項を付け加えて繰り込みを行う必要がないことも同時に証明した。

このように、我々の正則化は、treeレベルでは問題がないことを示すことができた。よって、次の課題は、この解析をそのまま進めて、任意の多重ループ振幅で、同様にうまく働くことを示すことである。現在この解析の準備段階として、超対称性がないボゾン弦の場合について、非臨界次元で、S-行列がBRST不変であること、また、理論のユニタリティーの基礎となるモジュラー不変性がたもたれ、かつ、factorizationが正しく起こることは確かめることに成功している。これを超対称な場合に拡張するにあたっては、特に、理論のフェルミオンの自由度を記述する弦の場の取り扱いが単純でないと予想している。特にGSO射影と時空の超対称性の関係が、我々の正則化においてどうなっているかを解明することは興味深い課題であると考えている。

さらに、現在までは、ゲージ固定された光円錐ゲージ理論を扱ってきたのであるが、これをゲージ不変な形に拡張することも、上で少し言及したように、重要な課題である。上で述べた、我々の構成した縦波方向の自由度を記述する共形場理論においては、 x^+ 方向の運動量が特別な役割を果たしている。このことから、我々の理論をゲージ不変な形に拡張して

得られる弦の場の理論は、文献 [20] など構成されたいわゆる $\alpha = p+$ HIKKO理論と類似した構造を持つ理論になるのではと予想している。

今後、これらの課題について研究を進めていきたいと考えている。

参考文献

- [1] T. Yoneya, Prog. Theor. Phys. 51 (1974) 1907.
- [2] J. Scherk and J.H. Schwarz, Nucl. Phys. B81 (1974) 118.
- [3] M.B. Green and J.H. Schwarz, Phys. Lett. B136 (1984) 117.
- [4] J. Dai, R.G. Leigh and J. Polchinski, Mod. Phys. Lett. A4 (1989) 2767; J. Polchinski, Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 4724.
- [5] A.A. Belavin, A.M. Polyakov and A.B. Zamolodchikov, Nucl. Phys. B241 (184) 333; D. Friedan, E. Martinec and S. Shenker, Nucl. Phys. B271 (1986) 93.
- [6] M. Kaku and K. Kikkawa, Phys. Rev. D10 (1974) 1110; Ibid. D10 (1974) 1823.
- [7] W. Siegel, Phys. Lett. B142 (1984) 276; E. Witten, Nucl. Phys. B268 (1986) 253, H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, Phys. Rev. D34 (1986) 2360; Saadi and B. Zwiebach, Annals Phys. 192 (1989) 213, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Suehiro, Phys. Lett. B226 (1989) 48.
- [8] E. Witten, Nucl. Phys. B276 (1986) 291.
- [9] C. Wendt, Nucl. Phys. B314 (1989) 209.
- [10] J. Polchinski, ``String Theory vol. 1, vol. 2,`` Cambridge University Press, 1998. (邦訳: 「ストリング理論 第1巻, 第2巻」伊藤克司, 小竹悟, 松尾泰 訳, シュプリンガー・フェアラーク東京 2005.)
- [11] A. Sen, JHEP 9912 (1999) 027.
- [12] M. Schnabl, Adv. Theor. Math. Phys. 10 (2006) 433.
- [13] J. J. Atick, J.M. Rabin and A. Sen, Nucl. Phys. B299 (1988) 279.
- [14] E. Witten, ``Superstring Perturbation Theory Revisited,`` arXiv:1209.5461[hep-th].
- [15] Y. Baba, N. Ishibashi and K. Murakami, JHEP 0910 (2009) 035; Ibid. 0912 (2009) 010; Ibid. 1001 (2010) 119; Ibid. 1008 (2010) 102.
- [16] N. Ishibashi and K. Murakami, JHEP 1101 (2011) 008; Ibid. 1107 (2011) 090; Ibid. 1309 (2013) 053.
- [17] S. Mandelstam, ``Interacting String Picture and Functional Integration,`` in Workshop on Unified String Theory, 1985, eds. M. Green and D. Gross.
- [18] E. D' Hoker and S. B. Giddings, Nucl. Phys. B291 (1987) 90.
- [19] K. Aoki, E. D' Hoker and D. H. Phong, Nucl. Phys. B342 (1990) 149.
- [20] T. Kugo and B. Zwiebach, Prog. Theor. Phys. 87 (1992) 801.