光円錐ゲージ超弦の場の理論の多重ループ振幅と次元正則化

村上公一 *

Multiloop amplitudes in light-cone gauge NSR superstring field theory and dimensional regularization

Koichi Murakami

Abstract — In this article, we briefly review our recent study on the dimensional regularization in superstring field theory to tame the divergences originated in the contact terms of the amplitudes. We study multiloop amplitudes including the odd spin structure contributions as well as even spin ones. We show that our regularization scheme works well for these amplitudes.

Key words : string field theory, mulitloop amplitudes, dimensional regularization

1 はじめに

弦の場の理論は，弦理論の非摂動論的な定式化を与える理論の有力候補である．これは弦理論の第 2 量子化であり，第 1 量子化を用いて計算される Feynman 散乱振幅を系統的に導くことができる理論である．ボゾン的な弦の場の理論については，色々な定式化が提案されておりうまくいっているが，超対称性を持つように拡張すると,「コンタクト項問題」と呼ばれる，非物理的な発散が生じてしまうことが知られていて，これが長年の間理論の定式化の障害になってきた．近年，これを克服する理論の 1 つとして，non-polynomial 型のボゾン的弦の場の理論を超対称化したゲージ不変な閉超弦の場の理論が，Sen たちによって提案されている [1].

光円錐ゲージの超弦の場の理論は，3 弦相互作用のみしか含まないシンプルな作用を持っているが，やはりコンタクト項による発散の問題を抱えている．この発散についてはここ数年にわたって，馬場裕氏および石橋延幸氏と共同で，次元正則化の処方により無害化することができるということを提案してきた [2]．この一連の研究で，tree レベルの振幅では我々の提案した次元正則化の処方がうまくいくこと，および，我々の正則化が超弦の場の理論のゲージ対称性と抵触しないことを示した．今回の我々の研究では，これを多重ループ振幅に拡張することを行った [3].

2 弦の場の理論の次元正則化

弦理論は，弦が時空中に時間発展した軌跡としてできる 2 次元面 (世界面) 上の超共形場理論を用いて定式化される．この超共形場理論から作られる超対称 Virasoro 代数の中心電荷 $\hat{c}$ を時空の次元とみなすことができる．我々は文献 [4] の処方を用いることを考えた．すなわち横波方向の自由度 $X^1 \sim X^8$ として linear dilaton 背景場 $\Phi = -iQX^1$ 中の弦理論を考えた．このとき，これらの自由度の $\hat{c}$ への寄与は，世界面の 2 次元理論の超対称パートナーのフェルミオンの寄与も合わせると，$8 - 8Q^2$ となる．このようして，時空の横波方向の次元を通常の 8 から $8 - 8Q^2$ という値に，Q というパラメータによりずらすことができるのである．文献 [4] によって，$Q^2 > 10$ と取ると，上述のコンタクト項の発散を正則化できることが示された．

本研究では，この横波の理論と，これまで我々が次元正則化の研究において定式化した次のような作用を持つ縦波方向の自由度 $X^\pm$ を組み合わせることを考えた：

$$
\begin{aligned}
S &= -\frac{1}{4}\int dz d\bar{z}\, i\left(\partial X^+ \bar{\partial} X^- + \partial X^- \bar{\partial} X^+\right) \\
&\quad + \frac{d-26}{24}\Gamma\left[\hat{g}_{z\bar{z}}, X^+\right] \ , \\
\Gamma\left[\hat{g}_{z\bar{z}}, X^+\right] &= -\frac{1}{2\pi}\int dz d\bar{z}\, i\left(\partial\varphi\bar{\partial}\varphi + \hat{g}_{z\bar{z}}\hat{R}\varphi\right) \ , \\
\varphi &= \ln\left(-4\partial X^+ \bar{\partial} X^+\right) - \ln\left(2\hat{g}_{z\bar{z}}\right) \ .
\end{aligned}
$$

*釧路高専創造工学科一般教育部門

ここで，$\hat{g}$ は世界面上の計量であり，$\hat{R}$ は $\hat{g}$ から計算されるスカラー曲率である．これに世界面上のフェルミオンの自由度 $\psi^{\pm}$ を加えて世界面上の 2 次元理論として超対称化したものを取ると，この縦波の理論は，複雑な相互作用を持つ理論であるが，超共形対称性を持つことを示すことができ [2, 5]，この超対称 Virasoro 代数の中心電荷 $\hat{c}$ への寄与は $12 - d$ と計算できる．いま，$d = 10 - 8Q^2$ と取ることにより，$\hat{c}$ への寄与を $2 + 8Q^2$ とする．

以上の 2 つの理論を組み合わせることにより，全体の中心電荷 $\hat{c}$ への寄与は 10 となり，共形ゲージでの超弦理論の世界面中の理論が持つべき値に等しくなる．このことは，横波の自由度の $\hat{c}$ が 8 からずれたために，時空の Lorentz 対称性が壊れているにもかかわらず，超弦理論の BRST 対称性は保たれていることを意味している．これは，弦理論のユニタリティーを保証する弦理論のゲージ対称性に我々の正則化が抵触しないことを意味している．このことが我々の正則化がうまくいくことの鍵となっている．

3 多重ループ振幅の正則化がうまく機能することの概要

計算が複雑になることを避けるために，本研究では散乱振幅の外線が NS-NS セクターに属する場合に話を限った．ただし，ループには NS セクターの自由度のみならず Ramond セクターの自由度も合わせた，すべての自由度の寄与を考えた．すなわち，ループ振幅の even spin 構造のみならず，odd spin 構造の寄与も計算した．この際，外線の状態について，超弦理論に特有の picture 量子数の不定性について，通常は picture 数が $(-1, -1)$ のものを取るのであるが，我々の次元正則化がうまく働くためには，これとは異なる picture 数のものを持ってこないといけないことが分かった [3]．

以上の考察を組み合わせて，前節の世界面上の理論をもとにして得られる，弦の場の理論の多重ループ散乱振幅 $A^{\mathrm{LC}}(Q^2)$ を計算した．このとき正則化のパラメータ Q について $Q^2 > 10$ と取ると，散乱振幅 $A^{\mathrm{LC}}(Q^2)$ はコンタクト項の発散を含まないことが示せた．

次に，計算をすべて行った後で，正則化のパラメーターの $Q \to 0$ を取り，もとの理論に戻す極限を考える．まず $A^{\mathrm{LC}}(Q^2)$ は Q^2 の解析関数となっており，この極限操作は解析接続とみなせる．また，この極限操作においては発散が生じないことが分かった．これは，我々の正則化においては，繰り込みの操作は不要で，作用に相殺項をつける必要がないことを意味している．また，第 1 量子化におけるコンタクト項の発散についての Sen と Witten の考察 [6] に帰着させることができ，我々の得た振幅 $A^{\mathrm{LC}}(Q^2)$ は $Q^2 < 10$ のときにも well-defined になっているということが示せる．

このようにして，我々の正則化の処方は多重ループ振幅に対しても機能することを証明することができた．

4 まとめと結論

我々は，光円錐ゲージ超閉弦の場の理論の多重ループ散乱振幅について，外線が NS-NS セクターにある場合には，我々の次元正則化の処方を使えば，任意の種数のリーマン面上の even spin 構造のみならず odd spin 構造の寄与まで含めて，発散に出くわすことなく計算可能であることを示した．odd spin 構造の寄与に特有の世界面上のフェルミオンのゼロモードを扱うためには，外線の状態の picture 量子数を通常の第 1 量子化で使用されるものから変更する必要があることを見出した．また，もとの時空の次元の振幅に戻す際に取る $Q \to 0$ の極限では発散は生じず，また，Sen と Witten の処方によって得られる結果と一致することを示した．

我々の提案した次元正則化の処方は多重ループ振幅の正則化においてもうまく機能することが分かった．

参考文献

[1] A. Sen, JHEP 02 (2016) 087; Ibid. 6 (2015) 022; Ibid. 08 (2015) 025; Ibid. 02 (2018) 155.

C. de Lacroix, H. Erbin, S.P. Kashyap, A. Sen and M. Verma, Int. J. Mod. Phys. A32 (2017) 1730021.

[2] Y. Baba, N. Ishibashi and K. Murakami, JHEP 10 (2009) 035; Ibid. 12 (2009) 010; Ibid. 01 (2010) 119; Ibid. 08 (2010) 102.

N. Ishibashi and K. Murakami, JHEP 01 (2011) 008; Ibid. 07 (2011) 090; Ibid. 09 (2013) 053.

[3] N. Ishibashi and K. Murakami, JHEP01 (2017) 034, Ibid. 03 (2018) 063.

[4] N. Ishibashi, PTEP 2017 (2017) 033B01.

[5] N. Ishibashi and K. Murakami, JHEP 06 (2016) 087.

[6] A. Sen and E. Witten, JHEP 09 (2015) 004. A Sen, Fortsch. Phys. 63 (2015) 149.