

水平荷重を受ける RC 骨組みの荷重－変形関係に関する 解析的研究

花田 蘭*¹ 鈴木 邦康*²

Analytical study on load-deformation relationship of RC frame under horizontal loading

Ran HANADA Kuniyasu SUZUKI

Abstract —The purpose of this study is to clarify the load-deformation relationship of RC frames under horizontal loading. In this study, first, the structural model consisting of columns and beams was analyzed by FEM to obtain the stiffness reduction rate, the cracking load, and yield load. Next, a simple model of the load-deformation relationship was proposed.

Key words : RC frame , stiffness reduction , load-deformation relationship , FEM analysis

1. はじめに

構造設計の実務に際しては、塑性化が進行した状態での接合部を含む骨組みの耐力、変形性能に基づく骨組みの安全性、信頼性の確保が重要である。日本建築学会の鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説¹⁾には、ひび割れ及び柱・梁部材が降伏した時の剛性低下率に関して、実験に基づいた計算式が示されている。しかし、この低下率が骨組み解析にそのまま適用できるかについては十分に検討されていない。

そこで本研究では、水平荷重を受ける RC 骨組みの荷重－変形関係について、FEM 解析に基づき検討する。

2. 解析の概要

2.1 有限要素法による解析

有限要素法解析に用いた骨組みモデルを図 1 に示す。解析モデルは対称性を考慮して柱・梁から成る部分の 1/2 を対象とした。

有限要素法解析には Salome-meca²⁾を使用し、弾塑性解析を行う。図 1 に示す解析モデルを基本モデルとし、表 1 に示す 7 項目について変化させた全 28 モデルについて解析した。解析に際しては、解析モデルの端部

に境界条件を設定した。また、加力方法は、上下の柱断面の X 方向に強制変位差を与えた。解析に際しては、コンクリート要素は引張側にテンションスティフニングモデルを考慮した。鉄筋はトラス要素とし、バイリニアの完全弾塑性モデルとした。なお、鉄筋とコンクリートは完全付着とした。

2.2 線材置換による解析

線材置換による解析では、図 2 に示す様に、柱・梁を線材に置換したモデルとした。

線材置換解析には剛性法を用い、その解析には文献 3) に付属のソフトを使用した。なお解析に際しては、部材のせん断変形と剛域を考慮できる様に改良して用いた。また、鉄筋は等価断面積及び等価断面二次モーメントを用いてコンクリートに置き換えて考慮した。加力方法及び境界条件は、有限要素法解析と同様とした。

3. 有限要素法解析の結果

3.1 荷重－変形関係

FEM 解析から求められた基本モデルの柱せん断力 (Q) と層間変位 (δ) の関係を図 3 に示す。

柱・梁接合部付近のコンクリートのひび割れ発生及び梁主筋の降伏により、図 3 に見られる様に、Q- δ 関係には、大きく剛性が低下する点が 2 箇所見られる。そこで線材置換モデルにこれらの Q- δ 関係を取り入

*1 釧路高専専攻科建設・生産システム工学専攻

*2 釧路高専創造工学科建築デザインコース

れるため、 $Q-\delta$ 関係を FEM 解析値に基づいてトリリニアに近似することとする。このとき、コンクリートのひび割れによる剛性低下点を C 点、鉄筋の降伏による剛性低下点を Y 点とする。

3.2 剛性低下率

剛性低下率 α は初期剛性に対する O 点と C 点及び C 点と Y 点を結ぶ傾きの比として算出され、それぞれ α_{oc} 及び α_{oy} とする。図 4 に $Q-\delta$ 関係と剛性低下率を示す。

解析結果の一例として、基本モデルとスパン及び梁鉄筋比を変化させたモデルの α_{oc} , α_{oy} を表 2 に、横軸にスパンを取り、梁鉄筋比をパラメータとして示したものを図 5 に示す。

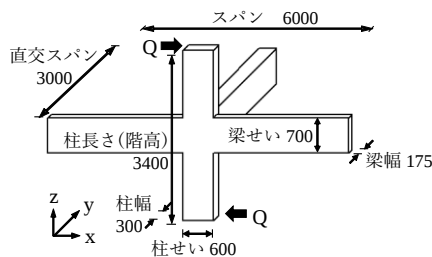


図1 骨組みモデル

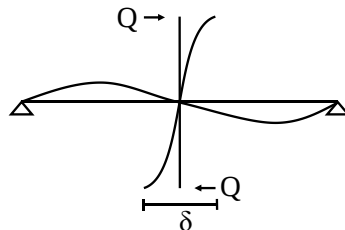


図2 線材置換モデル

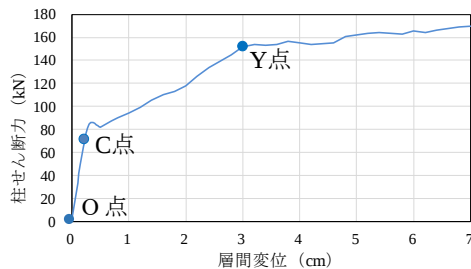


図3 基本モデルの $Q-\delta$ 関係

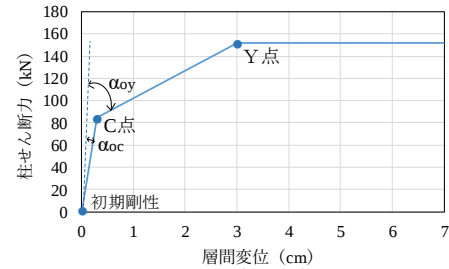


図4 剛性低下率について

表2 剛性低下率と梁鉄筋比の関係

梁鉄筋比 (%)	スパン(mm)	α_{oc}	α_{oy}
0.45	4000	0.912	0.0768
	5000	0.945	0.0845
	6000	0.943	0.0865
	7000	0.942	0.0925
	8000	0.941	0.0976
0.4	4000	0.949	0.0763
	6000	0.942	0.0785
	8000	0.940	0.0903
0.5	4000	0.915	0.0822
	6000	0.913	0.0867
	8000	0.918	0.0903
0.6	4000	0.918	0.0832
	6000	0.886	0.0912
	8000	0.896	0.0974

4. 剛性低下率推定式

4.1 部材剛度による無次元化及び梁鉄筋比による補正

図6は表2の剛性低下率について、横軸に(梁剛度 Kb /柱剛度 Kc)を取り、梁鉄筋比をパラメータとして示したものである。以下では、このときの柱剛度 ($Kc=3176471\text{mm}^3$) を定数として取り扱うこととし、 Kb/Kc を X と表示する。図に見られるように梁鉄筋比が変わっても剛性低下率と X 軸との間には同じような傾向が見られ、梁鉄筋比の違いに応じて X 軸の値を調整すれば、それらは一つの式で表現できると考えられる。そこで梁鉄筋比 0.45% の場合の近似式を $\alpha_{oc}=a \cdot X+b$, $\alpha_{oy}=a \cdot X^b$ の形で表すとして a , b を求めた結果

表1 解析モデルの寸法 (mm)

	基本モデル	各部の変数
スパン	6000	4000~8000 @1000
梁鉄筋比	0.45%	0.4, 0.5, 0.6
梁幅	350	300, 400
梁せい	700	600, 800
柱断面	600	500, 700
直交スパン	3000	2000, 4000
柱長さ	3400	2900, 3400

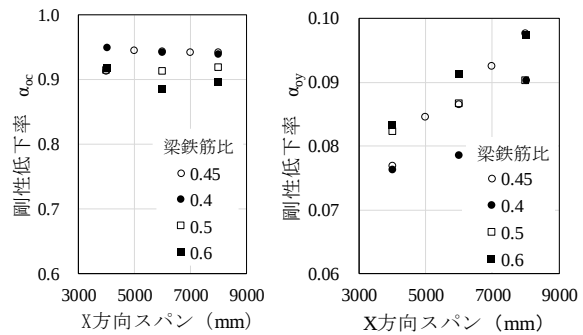


図5 剛性低下率とスパンの関係

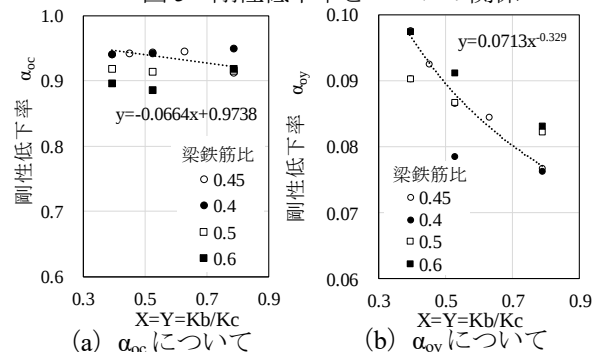


図6 剛性低下率と X の関係

α_{oc} では $a=-0.0664$, $b=0.974$, α_{oy} では $a=0.0713$, $b=-0.329$ が得られた。このときの近似式を図 6 に示した。

次に、梁鉄筋比の違いを $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^i$ で表示するとして検討した結果 α_{oc} では $i=2.0$, α_{oy} では $i=-0.4$ を得た。このときの曲線と剛性低下率との関係は図 7 のようになり、良い対応を示している。

4.2 梁幅による補正

表 3 に梁幅を変化させた場合の剛性低下率を示す。図 8 は横軸にこれまでに設定した X を取り、梁幅をパラメータとしたものである。図中の点線はこれまでに設定した近似式である。梁幅が異なる場合についても点線と同じような傾向が見られる。そこで α_{oc} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{2.0} \times (\text{梁幅}/350)^i$ として、 i を検討した結果 $i=-2.5$ とした時に良い近似が見られた。 α_{oy} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{-0.4} \times (\text{梁幅}/350)^i$ として、 $i=-0.7$ とした時に良い近似が見られた。このときの曲線と剛性低下率との関係は図 9 のようになる。

4.3 梁せいによる補正

表 4 に梁幅を変化させた場合の剛性低下率を示す。梁せいが異なる場合についてもこれまでと同様に補正することとする。 α_{oc} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{2.0} \times (\text{梁幅}/350)^{-2.5} \times (\text{梁せい}/700)^i$ として、 i を検討した結果 $i=-6.4$ とした時に良い近似が見られた。 α_{oy} では、 $(\text{梁鉄筋比}/0.45)^{-0.4} \times (\text{梁幅}/350)^{-0.7} \times (\text{梁せい}/700)^i$ として、 $i=-2.7$

とした時に良い近似が見られた。このときの曲線と剛性低下率との関係は図 10 のようになる。

4.4 柱断面による補正

表 5 に柱断面を変化させた場合の剛性低下率を示す。本論では、柱断面は正方形として断面の一辺の長さで表すものとする。柱断面が異なる場合についてもこれまでと同様に補正することとする。 α_{oc} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{2.0} \times (\text{梁幅}/350)^{-2.5} \times (\text{梁せい}/700)^{-6.4} \times (\text{柱断面}/600)^i$ として、 i を検討した結果 $i=-6.4$ とした時に良い近似が見られた。 α_{oy} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{-0.4} \times (\text{梁幅}/350)^{-0.7} \times (\text{梁せい}/700)^{-2.7} \times (\text{柱断面}/600)^i$ として、 $i=1.4$ とした時に良い近似が見られた。このときの曲線と剛性低下率との関係は図 11 のようになる。

4.5 直交スパンによる補正

表 6 に直交スパンを変化させた場合の剛性低下率を示す。直交スパンが異なる場合についてもこれまでと同様に補正することとする。 α_{oc} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{2.0} \times (\text{梁幅}/350)^{-2.5} \times (\text{梁せい}/700)^{-6.4} \times (\text{柱断面}/600)^{-6.4} \times (\text{直交スパン}/3000)^i$ として、 i を検討した結果 $i=0.1$ とした時に良い近似が見られた。 α_{oy} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{-0.4} \times (\text{梁幅}/350)^{-0.7} \times (\text{梁せい}/700)^{-2.7} \times (\text{柱断面}/600)^{1.4} \times (\text{直交スパン}/3000)^i$ として、 $i=0.1$ とした時に良い近似が見られたこのときの曲線と剛性低下率との関係は図 12 のようになる。

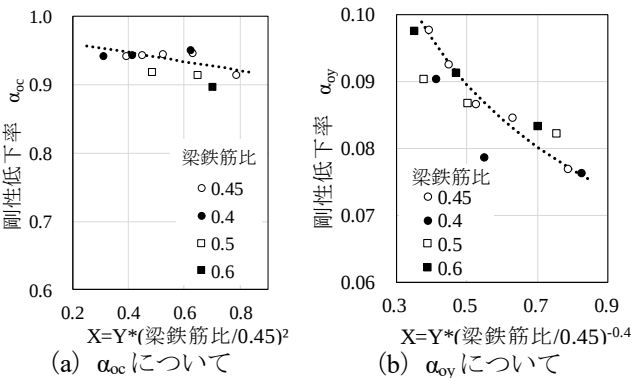


図 7 梁鉄筋比の違いによる補正結果

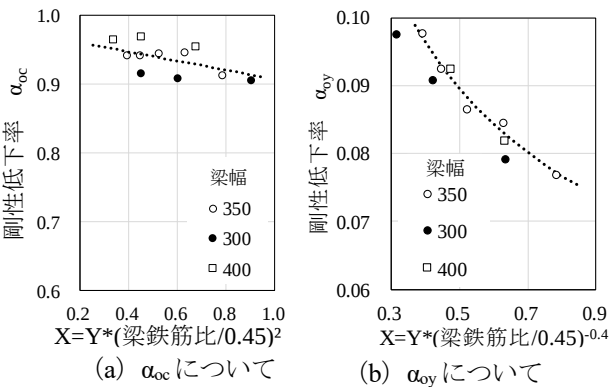


図 8 剛性低下率と X の関係

表 3 剛性低下率と梁幅の関係

梁幅(BB)	スパン(mm)	α_{oc}	α_{oy}
300	4000	0.906	0.0791
	6000	0.908	0.0908
	8000	0.915	0.0975
400	4000	0.954	0.0742
	6000	0.969	0.0819
	8000	0.964	0.0924

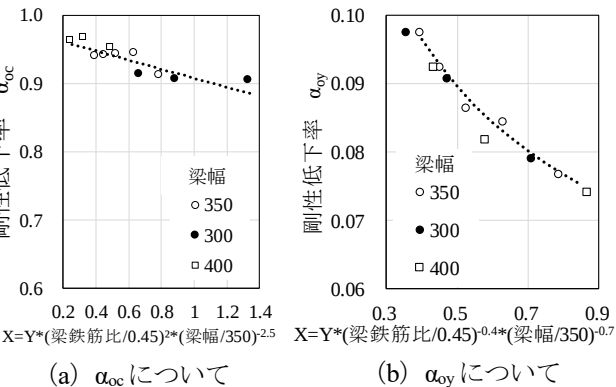


図 9 梁幅の違いによる補正結果

4.6 柱長さによる補正

表7に柱長さを変化させた場合の剛性低下率を示す。柱長さが異なる場合についてもこれまでと同様に補正することとする。 α_{oc} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{2.0} \times (\text{梁幅}/350)^{-2.5} \times (\text{梁せい}/700)^{-6.4} \times (\text{柱断面}/600)^{-6.9} \times (\text{直交スパン}/3000)^{0.1} \times (\text{柱長さ}/3400)^i$ として、 i を検討した結果 $i=-1.0$ とした時に良い近似が見られた。 α_{oy} では、 $X=Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{-0.4} \times (\text{梁幅}/350)^{-0.7} \times (\text{梁せい}/700)^{-2.7} \times (\text{柱断面}/600)^{1.4} \times (\text{直交スパン}/3000)^{0.1} \times (\text{柱長さ}/3400)^i$ として、 $i=-0.9$ とした時に良い近似が見られた。このときの曲線と剛性低下率との関係は図13のようになる。

以上より剛性低下率推定式は次のようになる。

$$\alpha_{oc} = a \cdot X + b \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $a=-0.0664$, $b=0.974$

$$X = Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{2.0} \times (\text{梁幅}/350)^{-2.5} \times (\text{梁せい}/700)^{-6.4} \times (\text{柱断面}/600)^{-6.4} \times (\text{直交スパン}/3000)^{0.1} \times (\text{柱長さ}/3400)^{-1.0}$$

表4 剛性低下率と梁せいの関係

梁せい (mm)	スパン (mm)	α_{oc}	α_{oy}
600	6000	0.893	0.0906
800	6000	0.963	0.0845

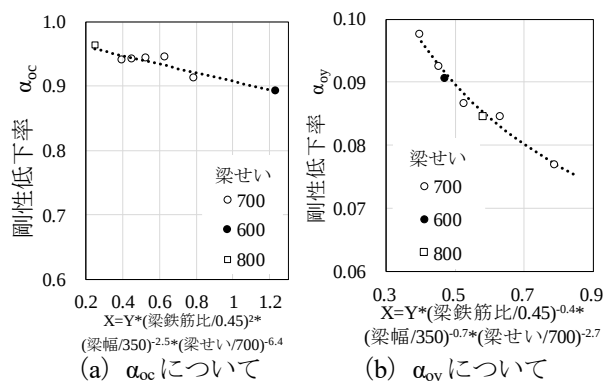


図10 梁せいの違いによる補正結果

表6 剛性低下率と直交スパンの関係

直交スパン (mm)	スパン (mm)	α_{oc}	α_{oy}
4000	6000	0.943	0.0857
8000	6000	0.943	0.0825

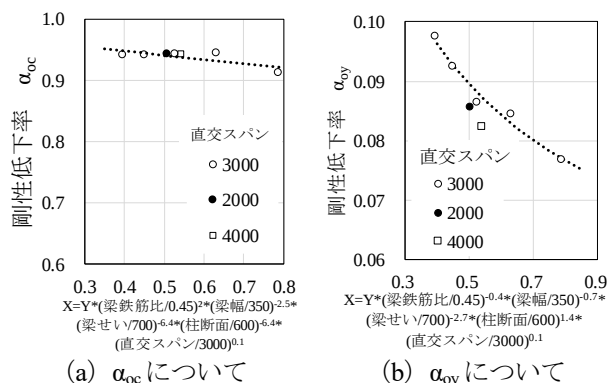


図12 直交スパンの違いによる補正結果

$$Y = (\text{梁剛度 } K_b / \text{柱剛度 } K_c), \quad K_c = 3176471 \text{ mm}^3$$

$$\alpha_{oy} = a \cdot X^b \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $a=0.0713$, $b=-0.329$

$$X = Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{-0.4} \times (\text{梁幅}/350)^{-0.7} \times (\text{梁せい}/700)^{-2.7} \times (\text{柱断面}/600)^{1.4} \times (\text{直交スパン}/3000)^{0.1} \times (\text{柱長さ}/3400)^{-0.9}$$

$$Y = (\text{梁剛度 } K_b / \text{柱剛度 } K_c), \quad K_c = 3176471 \text{ mm}^3$$

図14に α_{oc} の近似式と解析値の比較、図15に α_{oy} の近似式と解析値の比較を示す。

4.7 推定式の精度

剛性低下率について推定式による値と解析値を比較した結果、決定係数 R^2 は α_{oc} で $R^2=1$, α_{oy} で $R^2=0.997$ となった。

これより、本推定式は解析した部材寸法及びその周辺の部材寸法のものに対しても十分な精度を有していると考えられる。

表5 剛性低下率と柱断面の関係

柱断面 (mm)	スパン (mm)	α_{oc}	α_{oy}
500	6000	0.856	0.0934
700	6000	0.900	0.0788

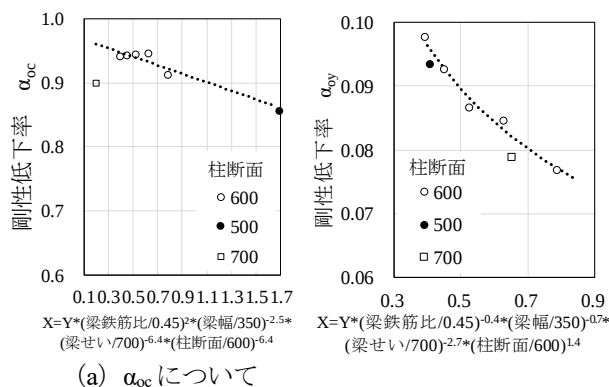


図11 柱断面の違いによる補正結果

表7 剛性低下率と柱長さの関係

柱長さ (mm)	スパン (mm)	α_{oc}	α_{oy}
2900	6000	0.926	0.0781
3900	6000	0.933	0.0852

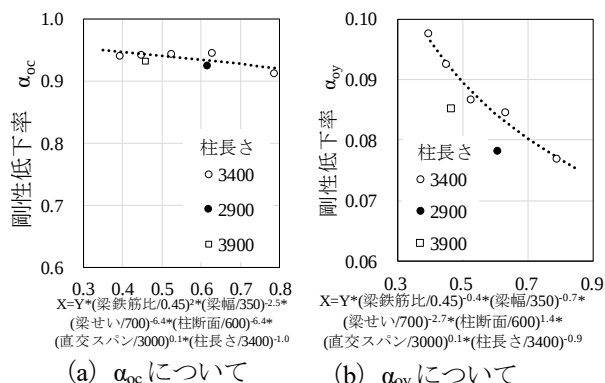


図13 柱長さの違いによる補正結果

5. 線材置換モデルに適用する剛性低下点

5.1 ひび割れ発生時の柱せん断力

日本建築学会の鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説¹⁾によると、梁端部の縁応力度が(3)式に示すコンクリートの引張強度 σ_{cr} に達した時点でひび割れが発生するとされている。

$$\sigma_{cr} = 0.56\sqrt{\sigma_c} \quad \dots \dots \dots (3)$$

σ_{cr} : コンクリートの引張強度
 σ_c : コンクリートの圧縮強度

このとき、梁端部のひび割れモーメント M_c は(4)式となる。

$$M_c = \sigma_{cr} \times Z_e \quad \dots \dots \dots (4)$$

M_c : ひび割れモーメント
 Z_e : 鉄筋を考慮した断面係数

また、図16(a)に示す様に梁のせん断力を Q_B 、スパン長さを XL とすると、 M_c は(5)式となる。

$$M_c = Q_B \times \frac{XL}{2} = Q_c \times 1.7 \quad \dots \dots \dots (5)$$

(3)～(5)式より $\sigma_c=24\text{N/mm}^2$ とすると基本モデルではひび割れ発生時の柱せん断力は $Q_c=54.5\text{kN}$ と算出される。この値はFEM解析で得られたひび割れ発生時の柱せん断力 $Q_c=71.34\text{kN}$ と差が見られる。これは梁端部にひび割れが発生すると同時に $Q-\delta$ 関係に剛性低下が表れるわけではないためと考えられる。またFEM解析結果からもひび割れ発生による剛性低下点

でのコンクリートの損傷は、梁端部付近のある幅を持った範囲に広がっていた。これらのことより、本論ではコンクリートの損傷が梁端部からスパン中央に向かって一定の範囲に広がった時点で剛性低下が表れると考える。 $Q-\delta$ 関係に剛性低下が表れる時の応力状態を図16(b)に示す様に仮定すると、スパン中央からひび割れモーメント M_c となる位置までの距離 l_c は(6)式となる。

$$l_c = \frac{M_c}{Q_B} \quad \dots \dots \dots (6)$$

FEM解析から得られたひび割れ発生時の柱せん断力 Q_c と(6)式から算出した l_c の一例を表8に示す。

l_c についても剛性低下率推定式と同様に導出することで、モデルの諸元の違いを考慮できると考えた。そこで梁鉄筋比0.45%の場合の近似式を $l_c=a \cdot X^b$ の形で表すとして a, b を求めた結果、 $a=1035, b=-1.21$ が得られた。基本モデルの値を基準として、各諸元の影響に応じて横軸を調整した結果を(7)式に示す。

$$l_c = a \cdot X^b \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $a=1035, b=-1.21$

$$X = Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{0.3} \times (\text{梁幅}/350)^{-1.3} \times$$

$$(\text{梁せい}/700)^{-4.0} \times (\text{柱断面}/600)^{0.5} \times (\text{柱長さ}/3400)^{-0.1}$$

$$Y = (\text{梁剛度 } K_b / \text{柱剛度 } K_c), K_c = 3176471\text{mm}^3$$

図17に l_c の補正結果と推定式を示す。

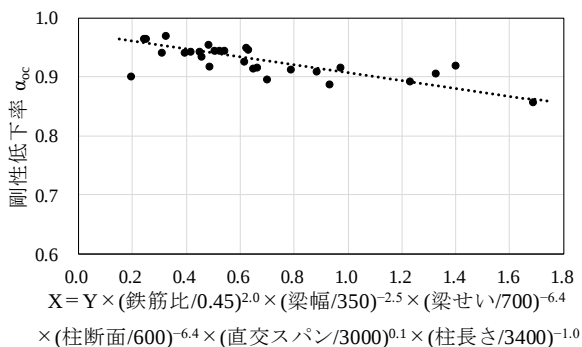


図14 α_{oc} の補正結果

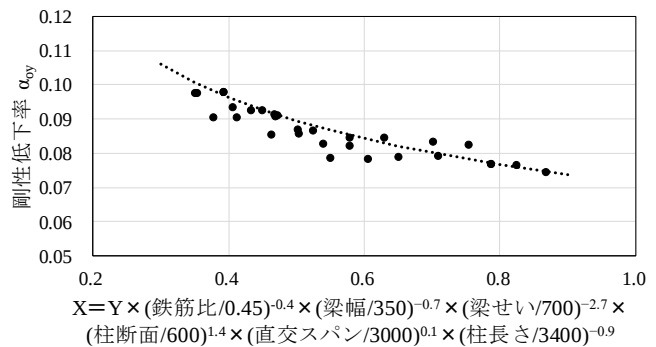
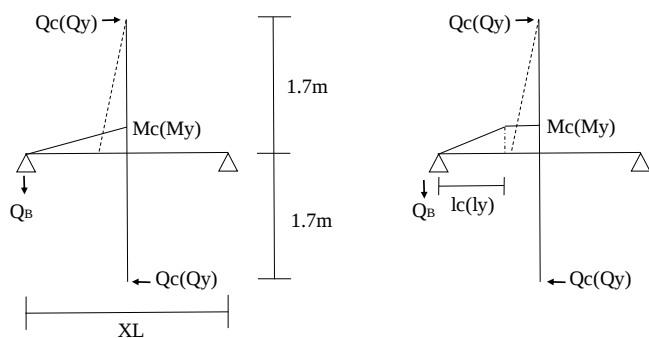


図15 α_{oy} の補正結果



(a) モーメントのつり合い (b) 応力状態の仮定

図16 線材置換モデルの応力状態

表8 l_c と l_y の一例

梁鉄筋比(%)	スパン(mm)	$Q_c(\text{kN})$	$l_c(\text{mm})$	$Q_y(\text{kN})$	$l_y(\text{mm})$
0.45	4000	81.43	1339.5	163.70	1469.9
	5000	72.56	1879.1	156.91	1916.9
	6000	71.34	2293.4	152.04	2373.3
	7000	70.34	2713.7	146.35	2877.3
	8000	69.57	3135.7	146.29	3366.8
0.4	4000	73.63	1458.1	148.89	1451.2
	6000	70.63	2280.0	138.02	2348.3
	8000	68.78	3121.8	134.29	3218.0
0.5	4000	82.28	1350.7	178.45	1513.7
	6000	77.55	2149.7	170.31	2379.0
	8000	74.91	2967.2	170.68	3165.1
0.6	4000	83.75	1372.1	220.31	1471.1
	6000	84.29	2044.9	214.38	2267.8
	8000	80.90	2840.8	207.45	3124.7

5.2 梁主筋降伏時の柱せん断力

梁主筋降伏時の荷重についても、前述のひび割れ発生時と同様に考える。すなわち、梁端部からスパン中央に向かって梁主筋がある範囲に渡って降伏した段階で $Q-\delta$ 関係に剛性低下が表れると考える。梁主筋端部の降伏モーメント M_y は (8) 式で求められる。

$$M_y = 0.9 \times a_t \times f_y \times d \quad \dots \dots \dots (8)$$

a_t : 梁引張鉄筋の断面積, f_y : 鉄筋の降伏点応力度
 d : 梁の有効せい

また、スパン中央から梁主筋降伏モーメント M_y となる位置までの距離 l_y は (9) 式となる (図 16 (b) 参照)。

$$l_y = \frac{M_y}{Q_B} \quad \dots \dots \dots (9)$$

FEM 解析から得られた梁主筋降伏時の柱せん断力 Q_y と (9) 式から算出した l_y の一例を表 8 に示す。

l_y についても l_c と同様に導出することで、モデルの諸元の違いを考慮できると考えた。そこで梁鉄筋比 0.45% の場合の近似式を $l_y = a \cdot X^b$ の形で表すとして、 a , b を求めた結果、 $a=1114$, $b=-1.173$ が得られた。基本モデルの値を基準として、各諸元の影響に応じて横軸を調整した結果を (10) 式に示す。

$$l_y = a \cdot X^b \quad \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 $a=1114$, $b=-1.173$

$$X = Y \times (\text{梁鉄筋比}/0.45)^{0.1} \times (\text{梁幅}/350)^{-0.9} \times (\text{梁せい}/700)^{-3.6}$$

$$Y = (\text{梁剛度 } K_b / \text{柱剛度 } K_c), \quad K_c = 3176471 \text{ mm}^3$$

図 18 に l_y の補正結果と推定式を示す。

5.3 FEM解析結果との比較

図 19 に基本モデルについて FEM 解析で求められた $Q-\delta$ 関係と剛性法での解析結果を重ね合わせたものを示す。

図より剛性法による値と FEM 解析値は非常に良く一致していることがわかる。このことから、本論の推定式を用いた荷重-変形関係を取り入れることで簡便な線材置換解析においても精度の良い解析結果を得ることができると言える。

6. おわりに

本研究では、水平荷重を受ける RC 骨組みの荷重-変形関係を明らかにすることを目的として FEM 解析を行い、解析結果について検討した。その結果、荷重-変形関係における剛性低下率及び剛性低下点の推定式を導出した。また、これらの推定式は線材置換解析に用いることが出来、精度も高いことを確認した。

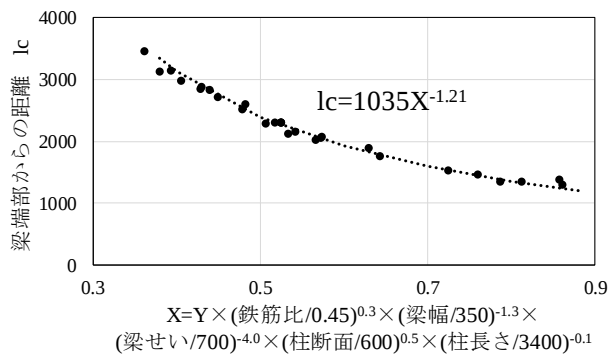


図 17 l_c の補正結果

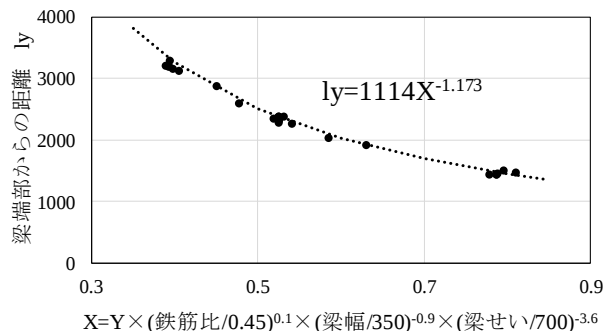


図 18 l_y の補正結果

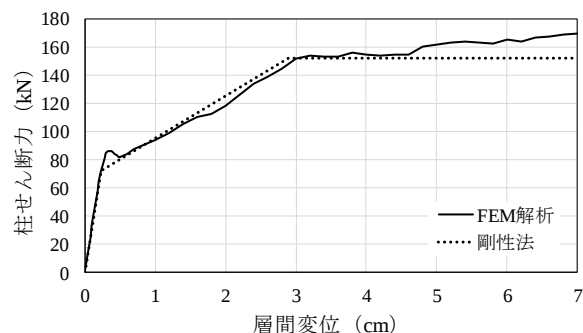


図 19 解析結果の比較

参考文献

- 1) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説，2018.
- 2) <http://code-aster.org/>
- 3) 藤井大地：Excelで解く3次元建築構造解析，丸善株式会社，2007