

2020年度 釧路工業高等専門学校専攻科 入学者選抜学力検査問題

【数 学】

【注意事項】

1. 検査開始の合図があるまで、この問題用紙を開かないこと。
2. この問題用紙は、本表紙（このページ）を含めて3ページである。
3. 解答用紙は、5枚（No.1～No.5）である。
4. 問題は、問題1～6まであり、すべて解答すること。
5. 問題1・問題2は「解答用紙 No.1」に、問題3は「解答用紙 No.2」に、問題4は「解答用紙 No.3」に、問題5は「解答用紙 No.4」に、問題6は「解答用紙 No.5」にそれぞれ解答を記入すること。
6. 受検番号及び氏名は、すべての解答用紙の所定欄に必ず記入すること。
7. この問題用紙は、検査終了時に持ち帰ること。

2020 年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

【数 学】

問題1 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

- (1) 整式 $2x^2 + 7xy + 3y^2 + x - 7y - 6$ を因数分解しなさい。 [6 点]
- (2) 2点 $A(2, 3)$, $B(5, -2)$ に対して、線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めなさい。 [9 点]

問題2 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

- (1) ベクトル \vec{a} , \vec{b} が $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{19}$ を満たすとき、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めなさい。 [8 点]

- (2) 行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 8 & 3 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ の値を求めなさい。 [7 点]

問題3 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

- (1) 極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ を求めなさい。 [5 点]
- (2) 関数 $y = \sin^2 2x$ を微分しなさい。 [5 点]
- (3) 不定積分 $\int \frac{x^3}{x-1} dx$ を求めなさい。 [5 点]

問題4 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

- (1) 関数 $f(x, y) = (2x + y)\sqrt{x + y}$ の点 $(1, 0)$ における偏微分係数を求めなさい。 [6 点]
- (2) 領域 $D = \{(x, y) \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ に対する2重積分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ の値を極座標変換によって求めなさい。 [9 点]

【 数 学 】

問題5 次の問いに答えなさい。

[計 20 点]

(1) 微分方程式 $y' - \frac{2x}{x^2+1}y = 1$ の一般解を求めなさい。

[10 点]

(2) 周期 2π の周期関数

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (-\pi < x < 0) \\ 1 & (0 < x < \pi) \\ 0 & (x = -\pi, 0) \end{cases}$$

について、次の問いに答えなさい。

(a) $f(x)$ をフーリエ級数で表しなさい。

[6 点]

(b) 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$ の値を求めなさい。

[4 点]

問題6 次の問いに答えなさい。

[計 20 点]

(1) 関数 $f(t)$ のラプラス変換 $\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ を $F(s)$ とする。このとき、 $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-st} f(t) = 0$ が成り立つ s の範囲において、 $f'(t)$ のラプラス変換 $\mathcal{L}[f'(t)]$ が、

$$\mathcal{L}[f'(t)] = sF(s) - f(0)$$

となることを証明しなさい。

[5 点]

(2) ベクトル場 $\vec{A}(x, y, z) = yze^x \vec{i} + zxe^y \vec{j} + xye^z \vec{k}$ について、次の問いに答えなさい。ただし、 \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} はそれぞれ x 軸, y 軸, z 軸方向の基本ベクトルとする。

(a) $\text{div } \vec{A}$ を求めなさい。

[4 点]

(b) $\text{rot } \vec{A}$ を求めなさい。

[4 点]

(c) 立方体 $V = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$ の表面全体を S とする。このとき、ベクトル場 \vec{A} の S に沿った面積分 $\iint_S \vec{A} \cdot \vec{n} dS$ の値を求めなさい。ただし \vec{n} は S の外向きの単位法線ベクトルとする。

[7 点]