

平成31年度 釧路工業高等専門学校専攻科
入学者選抜学力試験

【 数 学 】

【 注 意 事 項 】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題用紙を開かないこと。
2. この問題用紙は、本表紙（このページ）を含めて3ページである。
3. 解答用紙は、5枚（No.1～No.5）である。
4. 問題は、問題1～6までである。
5. 問題1,2は「解答用紙No.1」に、問題3は「解答用紙No.2」に、問題4は「解答用紙No.3」に、問題5は「解答用紙No.4」に、問題6は「解答用紙No.5」にそれぞれ解答を記入すること。
6. 受験番号及び氏名は、すべての解答用紙の所定欄に必ず記入すること。
7. この問題用紙は、試験終了時に持ち帰ること。

【数 学】

[問題 1] 次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) $\cos \frac{7}{12}\pi$ の値を求めなさい。 [7 点]

(2) 2 次関数 $y = 2x^2 - (k+1)x + k+1$ が x 軸と異なる 2 点で交わるように、定数 k の値の範囲を定めなさい。 [8 点]

[問題 2] 次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ について、積 AB を求めなさい。 [4 点]

(2) 行列を用いて、次の連立 1 次方程式を解きなさい。 [7 点]

$$\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ -2x + 5y = 2 \end{cases}$$

(3) 点 $(3, 1, 2)$ を通り、平面 $5x - y + 4z - 7 = 0$ に平行な平面の方程式を求めなさい。 [4 点]

[問題 3] 曲線 $y = 2xe^{-x}$ ($0 \leq x \leq 3$) について、次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) 増減を調べ極値を求めなさい。また、 $0 \leq x \leq 3$ の範囲でグラフの概形をかきなさい。 [8 点]

(2) 曲線 $y = 2xe^{-x}$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値、最小値を求めなさい。また、そのときの x の値もそれぞれ求めなさい。 [2 点]

(3) 曲線 $y = 2xe^{-x}$ ($0 \leq x \leq 3$)、 x 軸および直線 $x = 3$ で囲まれた部分の面積 S を求めなさい。 [5 点]

[問題 4] 次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) 関数 $f(x, y) = \log(x^2 + 2xy)$ について、偏導関数 f_x と f_y を求めなさい。 [4 点]

(2) $z = \cos(x - y)$, $x = u + v$, $y = uv$ について、 $\frac{\partial z}{\partial v}$ を求めなさい。 [4 点]

(3) 領域 D を $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$ とする。このとき、領域 D を図示し、2 重積分 $\iint_D (x + y) dx dy$ の値を求めなさい。 [7 点]

【数 学】

[問題 5] 次の問いに答えなさい。

[計 20 点]

- (1) 微分方程式 $y' - xy = x$ を解きなさい。 [10 点]
- (2) 曲線 $\vec{r}(t) = (3 \cos t, 4t, 3 \sin t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) の弧長 s を求めなさい。 [5 点]
- (3) スカラー場 $\varphi = e^{-yz} + \log(x - z)$ の勾配 $\nabla\varphi$ とラプラシアン $\nabla^2\varphi$ を求めなさい。 [5 点]

[問題 6] 次の問いに答えなさい。ただし、先に求めたものは後で用いてよいものとする。 [計 20 点]

- (1) b 及び c が定数で $b > 0$ のとき、次の式を示しなさい。 [5 点]
- $$\int_0^{\infty} e^{-bx} \sin cx dx = \frac{c}{b^2 + c^2}$$
- (2) $x \geq 0$ で定義された関数 $f(x)$ のフーリエ正弦変換 $S(\alpha)$ は $S(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \sin \alpha x dx$ である。 $f(x) = e^{-x}$ ($x \geq 0$) のとき、
- フーリエ正弦変換 $S(\alpha)$ を求めなさい。 [3 点]
 - 逆変換して $f(x) = e^{-x}$ ($x \geq 0$) をフーリエ積分で表しなさい。 [2 点]
- (3) $F(s) = \mathcal{L}f(t) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ を $f(t)$ のラプラス変換という。 $\mathcal{L} \sin \omega t$ を求めなさい。 [3 点]
- (4) $F(s) = \frac{3}{(s^2 + 4)(s^2 + 1)}$ をラプラス逆変換しなさい。 [7 点]