受験番号	
氏名	

No.1

令和８年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【数　学】

総得点 /100

問題１ 小計 /15

(1) ２次方程式の解と係数の関係より，

$$\alpha+\beta=\underline{\frac{3}{2}}\ \triangle 2$$

$$\alpha\beta=\frac{4}{2}=\underline{2}\ \triangle 2$$

これより

$$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-\alpha\beta(\alpha+\beta)\ \triangle 2$$

$$=\left(\frac{3}{2}\right)^3-3\times2\times\frac{3}{2}=\underline{-\frac{45}{8}}\ \triangle 2$$

(2) ２倍角の公式より

$$(2\cos^2\theta-1)+\cos\theta=0\ \triangle 2$$

$$(2\cos\theta-1)(\cos\theta+1)=0\ \triangle 2$$

$$\cos\theta=\frac{1}{2},\ -1$$

これより

$$\theta=\underline{\frac{\pi}{3}\triangle 1,\ \frac{5}{3}\pi\triangle 1,\ \pi\triangle 1}$$

問題２ 小計 /15

(1)

$$\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ -2\end{pmatrix}\ \triangle 2$$

$$=\begin{pmatrix}3\cdot3+2\cdot(-2)\\ -1\cdot3+(-2)\cdot(-2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\ 1\end{pmatrix}\ \triangle 2$$

よって

求める像は$\underline{\text{点}\ (5,1)}$ △1

(2)

$$|A|=3\cdot(-2)-2\cdot(-1)=-4\ \triangle 1$$

よって

$$A^{-1}=\frac{1}{-4}\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}=\underline{\frac{1}{4}\begin{pmatrix}2\triangle 1 & 2\triangle 1\\ -1\triangle 1 & -3\triangle 1\end{pmatrix}}$$

(3)

$g\circ f$ の表現行列は

$$BA\ \triangle 1=\begin{pmatrix}-1\cdot3+0\cdot(-1) & -1\cdot2+0\cdot(-2)\\ 2\cdot3+6\cdot(-1) & 2\cdot2+6\cdot(-2)\end{pmatrix}$$

$$=\underline{\begin{pmatrix}-3\triangle 1 & -2\triangle 1\\ 0\triangle 1 & -8\triangle 1\end{pmatrix}}$$

受験番号	
氏名	

令和８年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【 数　学 】

小計
/15

問題３

(1)　$f'(x) = e^{-x^2}$ $\triangle 2$ $\times (-2x)$ $\triangle 2$ $= -2xe^{-x^2}$ $\triangle 2$.

これより

$f'(x) = 0$ とおくと $\underline{x = 0}$ $\triangle 2$

(2)　$f''(x) = (-2x)'e^{-x^2} - 2x(e^{-x^2})'$ $\triangle 1$

$= -2$ $\triangle 1$ $e^{-x^2} - 2x(-2xe^{-x^2})$ $\triangle 1$

$= \underline{-2e^{-x^2} + 4x^2e^{-x^2}}$ $\triangle 1$

これより

$f''(0) = -2 < 0$ $\triangle 1$ より極大 $\triangle 1$

よって

<u>極大値 $f(0) = 1$</u> $\triangle 1$

受験番号	
氏名	

令和８年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【 数　学 】

小計
/15

問題４

(1)

$$\begin{cases} x+2y=u \\ x-2y=v \end{cases}$$ △1

１式＋２式より

$2x=u+v \qquad \underline{x=\dfrac{u+v}{2}}$ △1

１式－２式より

$4y=u-v \qquad \underline{y=\dfrac{u-v}{4}}$ △1

(2)

(1) より

$x_u=\dfrac{1}{2}$ △1, $x_v=\dfrac{1}{2}$ △1, $y_u=\dfrac{1}{4}$ △1, $y_v=-\dfrac{1}{4}$ △1 より,

$$\begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{vmatrix} = -\frac{1}{8}-\frac{1}{8} = \underline{-\frac{1}{4}}$$ △1 .

(3) $D=\{(u,v)\mid 0\leqq u\leqq 1\ ,\ 1\leqq v\leqq 2\}$ △1 より,

(与式) $=\displaystyle\iint_D \frac{u}{v^2}$ △1 $\left|-\dfrac{1}{4}\right|$ △1 $dudv=\dfrac{1}{4}\left(\displaystyle\int_0^1 udu\right)\left(\displaystyle\int_1^2 \frac{dv}{v^2}\right)$ △1

$=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{u^2}{2}\right]_0^1$ △1 $\left[-\dfrac{1}{v}\right]_1^2$ △1 $=\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2}-(-1)\right)=\underline{\dfrac{1}{16}}$ △1 .

受験番号	
氏名	

令和８年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【数　学】

小計
/20

問題５

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2}-\dfrac{dx}{dt}-6x=0$ $\cdots$ ① の特性方程式は $\lambda^2-\lambda-6=0$ 1 $\Leftrightarrow$ $(\lambda-3)(\lambda+2)=0$。

従って，$\lambda=3$ 1，-2 1 より，① の一般解は $u(t)=C_1e^{3t}+C_2e^{-2t}$ 1。

解くべき微分方程式の特殊解 $x_1(t)$ の形を $x_1(t)=Ate^{3t}$ 1 (A: 定数) と予想する。

これを微分方程式に代入して，

$$A(6+9t)e^{3t}-A(1+3t)e^{3t}-6Ate^{3t} \; 1 = e^{3t}$$

$$\Leftrightarrow\ A(6+9t-1-3t-6t)e^{3t}=e^{3t}\ \Leftrightarrow\ 5Ae^{3t}=e^{3t}\ \Leftrightarrow\ 5A=1\ \Leftrightarrow\ A=\frac{1}{5}\;1.$$

よって，$x_1(t)=\dfrac{1}{5}te^{3t}$。以上より，求める一般解は

$$x(t)=u(t)+x_1(t)=\underline{C_1e^{3t}+C_2e^{-2t}+\frac{1}{5}te^{3t}}\;1\quad (ただし，C_1,\ C_2 は任意定数)\;1$$

(2) $f(x)$ のフーリエ級数を $f(x)\sim\dfrac{a_0}{2}+\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\frac{n\pi}{L}x+b_n\sin\frac{n\pi}{L}x\right)$ とおく。

ここで，周期 $2L=4$ より，$L=2$。

$f(x)$ は偶関数 1 より，$b_n=0$ 1，

$$a_0=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\,dx=\int_0^2(-x+2)\,dx\;1=\left[-\frac{x^2}{2}+2x\right]_0^2=2\;1,$$

$$a_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\cos\frac{n\pi}{L}x\,dx=\int_0^2(-x+2)\cos\frac{n\pi}{2}x\,dx\;1$$

$$=\left[(-x+2)\frac{2}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}x\right]_0^2\;1-\int_0^2(-1)\frac{2}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}x\,dx\;1=\frac{2}{n\pi}\left[-\frac{2}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{2}x\right]_0^2\;1$$

$$=-\frac{4}{n^2\pi^2}\left((-1)^n-1\right)\;1=\begin{cases}\dfrac{8}{(2k-1)^2\pi^2} & (n=2k-1)\\ 0 & (n=2k)\end{cases}\;1\;(k=1,2,\ldots).$$

以上より，$f(x)\sim\underline{1+\dfrac{8}{\pi^2}\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}\cos\frac{(2k-1)\pi}{2}x}$ 1

受験番号	
氏名	

令和 8 年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【数　学】

小計
/20

問題 6

(1)

$$\mathcal{L}\left[f(t)\right]=\mathcal{L}\left[\int_0^t e^{3\tau}\sin 2\tau\,d\tau\right]=\frac{1}{s}\mathcal{L}\left[e^{3t}\sin 2t\right]\ \triangle\!1=\frac{1}{s}\left(\mathcal{L}\left[\sin 2t\right]\Big|_{s\to s-3}\triangle\!1\right)$$

$$=\frac{1}{s}\left(\frac{2}{s^2+4}\triangle\!1\Big|_{s\to s-3}\right)=\underline{\frac{2}{s\left\{(s-3)^2+4\right\}}}\ \triangle\!1$$

(2)

(a)

$$\operatorname{grad} r=\frac{\partial r}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial r}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial r}{\partial z}\vec{k}\ \triangle\!1$$

$$=\frac{\partial\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial z}\vec{k}\ \triangle\!1$$

$$=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\vec{i}+\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\vec{j}+\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\vec{k}\ \triangle\!1=\underline{\frac{1}{r}\vec{r}}\ \triangle\!1$$

(b) $$\operatorname{div}\vec{r}=\frac{\partial x}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial z}\triangle\!1=1+1+1=\underline{3}\ \triangle\!1$$

(c) $$\operatorname{rot}\vec{r}=\left(\frac{\partial z}{\partial y}-\frac{\partial y}{\partial z}\right)\vec{i}-\left(\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{\partial x}{\partial z}\right)\vec{j}+\left(\frac{\partial y}{\partial x}-\frac{\partial x}{\partial y}\right)\vec{k}\ \triangle\!1=0\,\vec{i}+0\,\vec{j}+0\,\vec{k}=\underline{\vec{0}}\ \triangle\!1$$

(3) $\dfrac{\partial\vec{r}}{\partial u}=\cos v\,\vec{i}+\sin v\,\vec{j}+\vec{k}\ \triangle\!1$, $\dfrac{\partial\vec{r}}{\partial v}=-u\sin v\,\vec{i}+u\cos v\,\vec{j}\ \triangle\!1$ より，

$$\frac{\partial\vec{r}}{\partial u}\times\frac{\partial\vec{r}}{\partial v}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \cos v & \sin v & 1\\ -u\sin v & u\cos v & 0\end{vmatrix}$$

$$=(0-u\cos v)\,\vec{i}-(0-(-u\sin v))\,\vec{j}+\left(u\cos^2 v-\left(-u\sin^2 v\right)\right)\vec{k}$$

$$=-u\cos v\,\vec{i}\ \triangle\!1-u\sin v\,\vec{j}\ \triangle\!1+u\,\vec{k}\ \triangle\!1\,.$$

従って，$\left|\dfrac{\partial\vec{r}}{\partial u}\times\dfrac{\partial\vec{r}}{\partial v}\right|=\sqrt{(-u\cos v)^2+(-u\sin v)^2+u^2}=\sqrt{u^2+u^2}=\sqrt{2u^2}=\sqrt{2}\,u\ \triangle\!1$ より，変数 (u,v) の定義域を D とすると，求める曲面の面積 S は

$$S=\iint_D\sqrt{2}\,u\,dudv=\sqrt{2}\int_0^{2\pi}\left\{\int_0^1 u\,du\right\}dv\ \triangle\!1=\sqrt{2}\cdot 2\pi\int_0^1 u\,du=2\sqrt{2}\pi\left[\frac{1}{2}u^2\right]_0^1$$

$$=2\sqrt{2}\pi\cdot\frac{1}{2}=\underline{\sqrt{2}\pi}\ \triangle\!1$$