受験番号	
氏名	

No.1

令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【数 学】

総得点 /100

問題１ 小計 /15

(1)

$P(x)=x^3-3x^2+x+1$ とおく.

$P(1)=1-3+1+1=0$ より.

因数定理から, $P(x)$ は $x-1$ で割り切れる

$$\begin{array}{r} x^2-2x-1 \\ x-1\,\big)\overline{x^3-3x^2+x+1} \\ \underline{x^3-x^2} \\ -2x^2+x \\ \underline{-2x^2+2x} \\ -x+1 \\ \underline{-x+1} \\ 0 \end{array}$$

よって,

$(x-1)(x^2-2x-1)=0$

これを解くと.

$x=1$, $\quad x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+4}}{2}=1\pm\sqrt{2}$

(2)

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\dfrac{1}{16}=\dfrac{15}{16}$

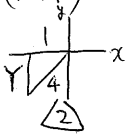
$\sin\theta<0$ より. $\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{-\frac{\sqrt{15}}{4}}{-\frac{1}{4}}=\sqrt{15}$

$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{15}}{4}\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{4}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$

(別解)



$Y=-\sqrt{16-1}$

$=-\sqrt{15}$

$\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

$\tan\theta=\sqrt{15}$

$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$

問題２ 小計 /15

(1)

$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$

$|\vec{b}|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\cdot(-1)+(-1)\cdot2=-5$

(2)

$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

$=\dfrac{-5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}}$

$=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

よって, $\theta=\dfrac{3}{4}\pi$

(3)

$S^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2$

$=10\cdot5-(-5)^2$

$=50-25$

$=25$

よって

$S=\sqrt{25}=5$

受験番号	
氏名	

令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【数　学】

小計
/15

問題３

(1) $f'(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ △1

$f'(x) = 0 \iff \dfrac{e^x - e^{-x}}{2} = 0 \iff e^{2x} = 1 \iff x = 0$ △1

x	0	$\cdots$	1
$f'(x)$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\dfrac{e+e^{-1}}{2}$

△3

$x = 1$ のとき 最大値 $\dfrac{e+e^{-1}}{2}$ △1 △1

$x = 0$ のとき 最小値 1 △1 △1

(2)

$$\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_0^1 (e^x + e^{-x})\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\Big[e^x - e^{-x}\Big]_{x=0}^{x=1}$$

△1 △1

$$= \frac{1}{2}\{(e - e^{-1}) - (1 - 1)\}$$

△1 △1

$$= \frac{1}{2}(e - e^{-1})$$

△2

受験番号	
氏名	

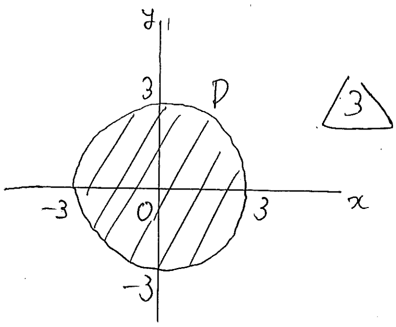
令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【 数　学 】

小計
/15

問題４

(1)



△3

(2) ヤコビアン

$$\begin{vmatrix} x_r & x_\theta \\ y_r & y_\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix} = r\cos^2\theta + r\sin^2\theta = r(\cos^2\theta+\sin^2\theta) = r$$

△1 △1 △1 △1 △1

より、

$$(与式) = \iint_D \sqrt{9-r^2}\cdot r\,dr\,d\theta \quad △2$$

$$= \int_0^{2\pi}\left\{\int_0^3 r\sqrt{9-r^2}\,dr\right\}d\theta \quad △2$$

$$= \left(\int_0^{2\pi} d\theta\right)\cdot\left(\int_0^3 r\sqrt{9-r^2}\,dr\right)$$

$$= \underset{△1}{2\pi}\cdot\underset{△1}{\left[-\frac{1}{3}(9-r^2)^{\frac{3}{2}}\right]_{r=0}^{r=3}}$$

$$= 2\pi\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(0-3^3\right)$$

$$= 18\pi \quad △1$$

受験番号	
氏名	

令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【 数　学 】

小計
/20

問題５

(1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} - x^2 y = 0$ を考える △1。

$$\frac{dy}{dx} = x^2 y \;\Leftrightarrow\; \int \frac{dy}{y} = \int x^2\,dx \;\triangle 1 \;\Leftrightarrow\; \log|y| = \frac{1}{3}x^3 + C \;\triangle 1$$

$$\Leftrightarrow\; y = \pm e^{C} e^{\frac{1}{3}x^3} \;\Leftrightarrow\; y = Ae^{\frac{1}{3}x^3} \quad (A\text{ は任意定数}) \;\triangle 1\,.$$

ここで，A を x の関数 $u(x)$ に置き換えた $y = ue^{\frac{1}{3}x^3} \cdots$ ① を考える △1。これを解くべき微分方程式に代入する。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx}e^{\frac{1}{3}x^3} + ux^2 e^{\frac{1}{3}x^3} \quad \text{より，}$$

$$\frac{dy}{dx} - x^2 y = xe^{\frac{1}{3}x^3} \;\Leftrightarrow\; \frac{du}{dx}e^{\frac{1}{3}x^3} = xe^{\frac{1}{3}x^3} \;\Leftrightarrow\; \frac{du}{dx} = x \;\triangle 1 \;\Leftrightarrow\; u = \int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + B \;\triangle 1\,.$$

これを ① に代入して，求める一般解は $y = \left(\dfrac{1}{2}x^2 + B\right)e^{\frac{1}{3}x^3}$ △1

(2)

(a) 周期 $2L = 2$ より，$L = 1$。$f(x)$ は奇関数より △1，$a_0 = a_n = 0$ △1，

$$b_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\frac{n\pi}{L}x\,dx = 2\int_0^1 x\sin n\pi x\,dx \;\triangle 1$$

$$= 2\left\{\left[x\left(-\frac{1}{n\pi}\cos n\pi x\right)\right]_0^1 - \int_0^1\left(-\frac{1}{n\pi}\cos n\pi x\right)dx \;\triangle 1\right\}$$

$$= 2\left\{-\frac{1}{n\pi}(-1)^n + \frac{1}{n\pi}\left[\frac{1}{n\pi}\sin n\pi x\right]_0^1 \;\triangle 1\right\} = -\frac{2(-1)^n}{n\pi} \;\triangle 1\,.$$

以上より，求めるフーリエ級数は，$f(x) \sim -\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin n\pi x$ △1

(b) $x = \frac{1}{2}$ △1 は $f(x)$ の連続点で，$f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$ より，

$$\frac{1}{2} \;\triangle 1 = -\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin\frac{n}{2}\pi\,.$$

ここで，$\sin\dfrac{n}{2}\pi = \begin{cases} (-1)^{k+1} & (n = 2k-1) \\ 0 & (n = 2k) \end{cases}$ △1 より，

$$\frac{1}{2} = -\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{2k-1}}{2k-1}(-1)^{k+1} \;\triangle 1 \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2} = \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{2k-1} \;\Leftrightarrow\; \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{2k-1} = \frac{\pi}{4} \;\triangle 1$$

受験番号	
氏名	

令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【 数　学 】

小計
/20

問題 6

(1) $F(s)=\dfrac{2s+1}{(s+2)^2}\triangle 1=\dfrac{2\{(s+2)-2\}+1}{(s+2)^2}=\dfrac{2(s+2)-3}{(s+2)^2}\triangle 1=\dfrac{2}{s+2}-\dfrac{3}{(s+2)^2}\triangle 1$ より,

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2s+1}{s^2+4s+4}\right]=2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+2}\right]-3\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s+2)^2}\right]$$

$$=2e^{-2t}\triangle 1-3e^{-2t}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right]\triangle 1=2e^{-2t}-3e^{-2t}t\triangle 1$$

6

(2)

(a) $\operatorname{div}\vec{A}=\dfrac{\partial\sin\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)}{\partial x}+\dfrac{\partial(x\log z)}{\partial y}+\dfrac{\partial(ze^x)}{\partial z}\triangle 1$

$$=\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)+e^x\triangle 2$$

(b) $\operatorname{grad}\left(\operatorname{div}\vec{A}\right)=\dfrac{\partial\operatorname{div}\vec{A}}{\partial x}\vec{i}+\dfrac{\partial\operatorname{div}\vec{A}}{\partial y}\vec{j}+\dfrac{\partial\operatorname{div}\vec{A}}{\partial z}\vec{k}\triangle 1$

$$=\left\{-\frac{\pi^2}{9}\sin\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)+e^x\right\}\triangle 2\,\vec{i}-\frac{\pi^2}{9}\sin\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)\vec{j}\triangle 1$$

(c) 発散定理より,

$$(与式)=\iiint_V\left(\operatorname{div}\vec{A}\right)dV\triangle 1$$

$$=\int_0^2\left\{\int_0^1\left\{\int_0^1\left\{\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)+e^x\right\}dx\right\}dy\right\}dz\triangle 1$$

$$=\int_0^2\left\{\int_0^1\left\{\left[\sin\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)\right]_{x=0}^{x=1}\triangle 1+\left[e^x\right]_0^1\triangle 1\right\}dy\right\}dz$$

$$=\int_0^2\left\{\int_0^1\left\{\sin\left(\frac{\pi}{3}(y+1)\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}y\right)+(e-1)\right\}dy\right\}dz$$

$$=\int_0^2\left\{-\frac{3}{\pi}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}(y+1)\right)\right]_0^1+\frac{3}{\pi}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}y\right)\right]_0^1+(e-1)\left[y\right]_0^1\right\}\triangle 1\,dz$$

$$=\int_0^2\left\{-\frac{3}{\pi}\left(\cos\frac{2\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{3}\right)+\frac{3}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{3}-1\right)+(e-1)\right\}dz$$

$$=\int_0^2\left\{\frac{3}{\pi}\left(-\cos\frac{2\pi}{3}+2\cos\frac{\pi}{3}-1\right)+e-1\right\}dz$$

$$=\int_0^2\left\{\frac{3}{\pi}\left(\frac{1}{2}+2\cdot\frac{1}{2}-1\right)\triangle 1+e-1\right\}dz=\int_0^2\left(\frac{3}{2\pi}+e-1\right)dz$$

$$=\left(\frac{3}{2\pi}+e-1\right)\left[z\right]_0^2=\frac{3}{\pi}+2(e-1)\triangle 1$$