

受験番号	
氏名	

No.1

令和9年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査
解答例 【数 学】

総得点

/100

小計

小計

/15

問題 1

/15

問題 2

(1) 因数定理より,

$$P(2) = 3 \cdot 2^3 - a \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 4 \triangle 1$$

$$= 24 - 4a \triangle 1 = 0 \triangle 1 \quad \therefore a = 6 \triangle 1$$

因数分解の結果は

$$P(x) = (x - 2) \triangle 1 (3x^2 - 2) \triangle 1$$

(2) 2倍角の定理より

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \triangle 1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{9} \triangle 1$$

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1 \triangle 1$$

$$= 2 \cdot \left(-\frac{7}{9}\right)^2 - 1 = \frac{17}{81} \triangle 1$$

$$\text{よって } \cos 2x = -\frac{7}{9}, \cos 4x = \frac{17}{81}$$

(3) 1式より

$$(x + 2)(x - 2) < 0 \triangle 1 \quad \therefore -2 < x < 2 \triangle 1$$

2式より

$$(x + 1)(x - 3) > 0 \triangle 1 \quad \therefore x < -1, x > 3 \triangle 1$$

以上より

$$\underline{-2 < x < -1} \triangle 1$$

(1) 係数行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \triangle 1$ より

$$|A| = 2 \cdot (-2) - 3 \cdot 1 \triangle 1 = -7 \triangle 1$$

 A の逆行列は

$$A^{-1} = \frac{1}{-7 \triangle 1} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \triangle 1$$

$$\text{よって, } |A| = -7, A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

(2) 連立方程式を行列で表すと

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \triangle 1$$

より

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \triangle 1 = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 \\ 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 21 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \triangle 1 \\ -1 \triangle 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{よって } \underline{x = 3, y = -1} \triangle 1$$

(3) クラメル公式より

$$x = \frac{1}{|A|} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} \triangle 1 = \frac{1}{-7} (3 \cdot (-2) - 5 \cdot 3)$$

$$= \frac{-21 \triangle 1}{-7}$$

$$y = \frac{1}{|A|} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \triangle 1 = \frac{1}{-7} (2 \cdot 5 - 1 \cdot 3) = \frac{-7 \triangle 1}{-7}$$

$$\text{よって } \underline{x = 3, y = -1} \triangle 1$$

受験番号	
氏名	

No.2

令和9年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例 【数 学】

小計

/15

問題3

(1) 微分すると

$$f'(x) = 1 - 2 \sin x \triangle 2$$

これより

$$f'(x) = 0 \text{ とおくと } \sin x = \frac{1}{2} \triangle 1 \text{ より } x = \frac{\pi}{6} \triangle 2$$

(2) 第二次導関数を求めると

$$f''(x) = -2 \cos x \triangle 1$$

(1) より

$$f''\left(\frac{\pi}{6}\right) \triangle 1 = -2 \cos \frac{\pi}{6} = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3} \triangle 1 < 0 \text{ より極大 } \triangle 1$$

よって極大値は

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} + 2 \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \triangle 1$$

(3) 求める面積 S は

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 2 \cos x) dx \triangle 2 = \left[\frac{x^2}{2} + 2 \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \triangle 2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 + 2 \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^2}{8} + 2 \triangle 1$$

受験番号	
氏名	

No.3

令和9年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査
解答例 【数 学】

小計
/15

問題 4

(1) 偏微分すると

$$z_x = \cos x \triangle 1, z_y = -\sin y \triangle 1$$

$x = \frac{\pi}{2}, y = \frac{\pi}{3}$ のとき

$$z_x = \cos \frac{\pi}{2} = 0 \triangle 1, z_y = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \triangle 1$$

よって接平面の方程式は

$$z - \frac{3}{2} = 0 \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \left(y - \frac{\pi}{3}\right) \triangle 2$$

$$\therefore \underline{3\sqrt{3}y + 6z = 9 + \sqrt{3}\pi} \triangle 1$$

(2) 極座標変換により領域は

$$0 \leq r \leq 1 \triangle 1, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \triangle 1$$

このとき

$$\begin{aligned} \iint_D x^2 dx dy &= \iint_D (r \cos \theta)^2 \cdot r dr d\theta \triangle 1 \left(\int_0^1 r^3 dr \right) \cdot \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d\theta \right) \triangle 1 \\ &= \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^1 \triangle 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \triangle 1 = \frac{1}{4} \triangle 1 \cdot \frac{\pi}{4} = \underline{\frac{\pi}{16}} \triangle 1 \end{aligned}$$

受験番号	
氏名	

No.4

令和9年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例 【数 学】

小計

/20

問題 5

(1)

微分方程式 $\frac{dy}{dx} + 2xy = x^3$ の両辺に積分因子 $e^{\int 2x dx} = e^{x^2}$ $\triangle$ を掛けると,

$$e^{x^2} \frac{dy}{dx} + 2xe^{x^2} y = x^3 e^{x^2} \Leftrightarrow \frac{d}{dx} (e^{x^2} y) = x^3 e^{x^2} \triangle$$

両辺を x で積分すると, $e^{x^2} y = \int x^3 e^{x^2} dx \triangle \cdots (a)$ 。

ここで, $t = x^2$ とおくと, $\frac{1}{2} dt = x dx$ より,

$$\begin{aligned} \int x^3 e^{x^2} dx &= \frac{1}{2} \int t e^t dt \triangle = \frac{1}{2} \left(t e^t \triangle - \int 1 \cdot e^t dt \triangle \right) = \frac{1}{2} (t e^t - e^t) + C \\ &= \frac{1}{2} (x^2 - 1) e^{x^2} + C \triangle \quad (C \text{ は積分定数}) \end{aligned}$$

これを (a) に代入すると,

$$e^{x^2} y = \frac{1}{2} (x^2 - 1) e^{x^2} + C \Leftrightarrow y = \underline{\underline{\frac{1}{2} (x^2 - 1) + C e^{-x^2} \triangle}}$$

(2)

$f(x)$ のフーリエ級数を $f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi}{2} x + b_n \sin \frac{n\pi}{2} x \right) \triangle$ とおくと,

$$a_0 = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^4 (x-4) dx \triangle = \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{2} - 4x \right]_0^4 = -4 \triangle$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(x) \cos \frac{n\pi}{2} x dx = \frac{1}{2} \int_0^4 (x-4) \cos \frac{n\pi}{2} x dx \triangle \\ &= \frac{1}{2} \left(\left[(x-4) \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} x \right]_0^4 \triangle - \int_0^4 1 \cdot \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} x dx \triangle \right) \\ &= -\frac{1}{n\pi} \left[-\frac{2}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} x \right]_0^4 = \frac{2}{n^2 \pi^2} (1-1) = 0 \triangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(x) \sin \frac{n\pi}{2} x dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^4 (x-4) \sin \frac{n\pi}{2} x dx \triangle = \frac{1}{2} \left(\left[(x-4) \left(-\frac{2}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} x \right) \right]_0^4 \triangle - \int_0^4 1 \cdot \left(-\frac{2}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} x \right) dx \triangle \right) \\ &= -\frac{4}{n\pi} + \frac{1}{n\pi} \left[\frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} x \right]_0^4 = -\frac{4}{n\pi} \triangle \end{aligned}$$

$$\text{以上より, } f(x) \sim -2 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} x \triangle$$

令和9年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例 【数 学】

小計

/20

問題6

$$(1) s^2 + 6s + 13 = (s + 3)^2 + 4 \triangle 1 \text{ より,}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2s+7}{s^2+6s+13} \right] &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2(s+3)+1}{(s+3)^2+4} \right] \triangle 1 = e^{-3t} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2s+1}{s^2+4} \right] \triangle 1 \\ &= e^{-3t} \left(2\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{s}{s^2+4} \right] + \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{s^2+4} \right] \right) \triangle 1 \\ &= e^{-3t} \left(2 \cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \triangle 1. \end{aligned}$$

$$(2) \quad (a)$$

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{A} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{y}{2} & \frac{x}{2} & 0 \end{vmatrix} \triangle 1 \\ &= \left(\frac{\partial 0}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{x}{2} \right) \right) \vec{i} - \left(\frac{\partial 0}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{y}{2} \right) \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{y}{2} \right) \right) \vec{k} \triangle 1 \\ &= \vec{k} \triangle 1. \end{aligned}$$

$$(b) \vec{r}(u, v) = u \cos v \vec{i} + u \sin v \vec{j} + u \vec{k} \text{ より,}$$

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} = \cos v \vec{i} + \sin v \vec{j} + \vec{k} \triangle 1, \quad \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} = -u \sin v \vec{i} + u \cos v \vec{j}. \triangle 1$$

$$\begin{aligned} \text{したがって, } \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \cos v & \sin v & 1 \\ -u \sin v & u \cos v & 0 \end{vmatrix} \triangle 1 \\ &= (0 - u \cos v) \vec{i} - (0 - (-u \sin v)) \vec{j} + (u \cos^2 v - (-u \sin^2 v)) \vec{k} \triangle 1 \\ &= -u \cos v \vec{i} - u \sin v \vec{j} + u \vec{k} \triangle 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c) \text{ ストークスの定理より, } \int_C \vec{A} \cdot d\vec{r} &= \iint_S \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S} \triangle 1 \\ &= \int_0^\pi \int_0^2 \vec{k} \cdot (-u \cos v \vec{i} - u \sin v \vec{j} + u \vec{k}) du dv \triangle 1 = \int_0^\pi \int_0^2 u du dv \triangle 1 \\ &= \int_0^\pi \left[\frac{u^2}{2} \right]_{u=0}^{u=2} dv \triangle 1 = \int_0^\pi 2 dv \triangle 1 = 2 \left[v \right]_{v=0}^{v=\pi} \triangle 1 = 2\pi \triangle 1. \end{aligned}$$