受験番号	
氏名	

令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【数　学】

総得点　/100

問題１

小計　/15

(1)

$P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$ とおく．

$P(1) = 1 - 3 + 1 + 1 = 0$ △1 より．

因数定理から，$P(x)$ は $x-1$ で割り切れる

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x - 1 \\ x-1 \overline{)\, x^3 - 3x^2 + x + 1} \\ x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 + x \\ -2x^2 + 2x \\ \hline -x + 1 \\ -x + 1 \\ \hline 0 \end{array}$$ △3

よって，

$(x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0$ △1

これを解くと，

$x = 1$ △1，　$x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$ △2

(2)

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ △1 $= 1 - \dfrac{1}{16} = \dfrac{15}{16}$ △1

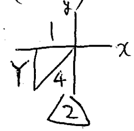
$\sin\theta < 0$ より．　$\sin\theta = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ △1

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ △1 $= \dfrac{-\frac{\sqrt{15}}{4}}{-\frac{1}{4}} = \sqrt{15}$ △1

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ △1 $= 2 \cdot \left(-\dfrac{\sqrt{15}}{4}\right) \cdot \left(-\dfrac{1}{4}\right)$

$= \dfrac{\sqrt{15}}{8}$ △1

(別解)



△2

$Y = -\sqrt{16-1}$

$= -\sqrt{15}$ △1

$\sin\theta = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ △1

$\tan\theta = \sqrt{15}$ △1

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ △1 $= \dfrac{\sqrt{15}}{8}$ △1

問題２

小計　/15

(1)

$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2}$ △1 $= \sqrt{10}$ △1

$|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2}$ △1 $= \sqrt{5}$ △1

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2$ △2 $= -5$ △1

(2)

$\cos\theta = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ △1

$= \dfrac{-5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}}$ △1

$= -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ △1

よって，$\theta = \dfrac{3}{4}\pi$ △1

(3)

$S^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ △1

$= 10 \cdot 5 - (-5)^2$ △1

$= 50 - 25$

$= 25$ △1

よって

$S = \sqrt{25} = 5$ △1

受験番号	
氏名	

令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【 数　学 】

小計
/15

問題 3

(1) $f'(x) = \dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}$

$f'(x)=0 \iff \dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}=0 \iff e^{2x}=1 \iff x=0$

x	0	$\cdots$	1
$f'(x)$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\dfrac{e+e^{-1}}{2}$

$x=1$ のとき 最大値 $\dfrac{e+e^{-1}}{2}$

$x=0$ のとき 最小値 1

(2)

$$\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_0^1 (e^{x}+e^{-x})\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[e^{x}-e^{-x}\right]_{x=0}^{x=1}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{(e-e^{-1})-(1-1)\right\}$$

$$= \frac{1}{2}(e-e^{-1})$$

受験番号	
氏名	

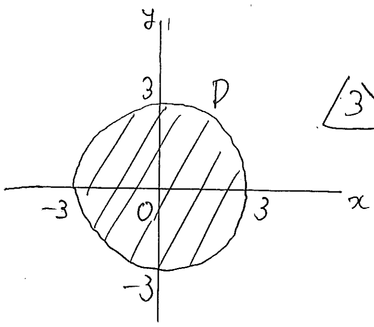
令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【 数　学 】

小計
/15

問題４

(1)



△3

(2) ヤコビアン

$$\begin{vmatrix} x_r & x_\theta \\ y_r & y_\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta \ △1 & -r\sin\theta \ △1 \\ \sin\theta \ △1 & r\cos\theta \ △1 \end{vmatrix} = r\cos^2\theta + r\sin^2\theta$$

$$= r(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$$= r \quad △1$$

より、

$$(\text{与式}) = \iint_D \sqrt{9-r^2} \cdot r \, dr \, d\theta \quad △2$$

$$= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^3 r\sqrt{9-r^2}\, dr \right\} d\theta \quad △2$$

$$= \left(\int_0^{2\pi} d\theta \right) \cdot \left(\int_0^3 r\sqrt{9-r^2}\, dr \right)$$

$$= \underset{△1}{2\pi} \cdot \underset{△1}{\left[-\frac{1}{3}(9-r^2)^{\frac{3}{2}} \right]_{r=0}^{r=3}}$$

$$= 2\pi \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (0 - 3^3)$$

$$= 18\pi \quad △1$$

受験番号	
氏名	

令和7年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【数　学】

小計
/20

問題5

(1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} - x^2y = 0$ を考える△1。

$$\frac{dy}{dx} = x^2y \iff \int \frac{dy}{y} = \int x^2\,dx \;\triangle 1 \iff \log|y| = \frac{1}{3}x^3 + C \;\triangle 1$$

$$\iff y = \pm e^C e^{\frac{1}{3}x^3} \iff y = Ae^{\frac{1}{3}x^3} \quad (A\text{ は任意定数})\;\triangle 1\ .$$

ここで，A を x の関数 $u(x)$ に置き換えた $y = ue^{\frac{1}{3}x^3} \cdots ①$ を考える△1。これを解くべき微分方程式に代入する。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx}e^{\frac{1}{3}x^3} + ux^2e^{\frac{1}{3}x^3} \quad \text{より，}$$

$$\frac{dy}{dx} - x^2y = xe^{\frac{1}{3}x^3} \iff \frac{du}{dx}e^{\frac{1}{3}x^3} = xe^{\frac{1}{3}x^3} \iff \frac{du}{dx} = x \;\triangle 1 \iff u = \int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + B \;\triangle 1\ .$$

これを ① に代入して，求める一般解は $y = \left(\dfrac{1}{2}x^2 + B\right)e^{\frac{1}{3}x^3}$ △1

(2)

(a) 周期 $2L = 2$ より，$L = 1$。$f(x)$ は奇関数より△1，$a_0 = a_n = 0$ △1，

$$b_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\frac{n\pi}{L}x\,dx = 2\int_0^1 x\sin n\pi x\,dx \;\triangle 1$$

$$= 2\left\{\left[x\left(-\frac{1}{n\pi}\cos n\pi x\right)\right]_0^1 - \int_0^1\left(-\frac{1}{n\pi}\cos n\pi x\right)dx \;\triangle 1\right\}$$

$$= 2\left\{-\frac{1}{n\pi}(-1)^n + \frac{1}{n\pi}\left[\frac{1}{n\pi}\sin n\pi x\right]_0^1 \triangle 1\right\} = -\frac{2(-1)^n}{n} \;\triangle 1\ .$$

以上より，求めるフーリエ級数は，$f(x) \sim -\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin n\pi x$ △1

(b) $x = \frac{1}{2}$ △1 は $f(x)$ の連続点で，$f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$ より，

$$\frac{1}{2}\;\triangle 1 = -\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin\frac{n}{2}\pi\ .$$

ここで，$\sin\dfrac{n}{2}\pi = \begin{cases} (-1)^{k+1} & (n = 2k-1) \\ 0 & (n = 2k) \end{cases}$ △1 より，

$$\frac{1}{2} = -\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{2k-1}}{2k-1}(-1)^{k+1} \;\triangle 1 \iff \frac{1}{2} = \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{2k-1} \iff \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{2k-1} = \frac{\pi}{4}\;\triangle 1$$

受験番号	
氏名	

令和７年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

解答例【数　学】

小計
/20

問題６

6

(1) $F(s)=\dfrac{2s+1}{(s+2)^2}\triangle 1=\dfrac{2\{(s+2)-2\}+1}{(s+2)^2}=\dfrac{2(s+2)-3}{(s+2)^2}\triangle 1=\dfrac{2}{s+2}-\dfrac{3}{(s+2)^2}\triangle 1$ より，

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2s+1}{s^2+4s+4}\right]=2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+2}\right]-3\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s+2)^2}\right]$$
$$=2e^{-2t}\triangle 1-3e^{-2t}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right]\triangle 1=2e^{-2t}-3e^{-2t}t\triangle 1$$

(2)

(a) $\operatorname{div}\vec{A}=\dfrac{\partial\sin\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)}{\partial x}+\dfrac{\partial(x\log z)}{\partial y}+\dfrac{\partial(ze^x)}{\partial z}\triangle 1$

$$=\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)+e^x\triangle 2$$

(b) $\operatorname{grad}\left(\operatorname{div}\vec{A}\right)=\dfrac{\partial\operatorname{div}\vec{A}}{\partial x}\vec{i}+\dfrac{\partial\operatorname{div}\vec{A}}{\partial y}\vec{j}+\dfrac{\partial\operatorname{div}\vec{A}}{\partial z}\vec{k}\triangle 1$

$$=\left\{-\frac{\pi^2}{9}\sin\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)+e^x\right\}\triangle 2\,\vec{i}-\frac{\pi^2}{9}\sin\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)\vec{j}\triangle 1$$

(c) 発散定理より，

$$(\text{与式})=\iiint_V\left(\operatorname{div}\vec{A}\right)dV\triangle 1$$
$$=\int_0^2\left\{\int_0^1\left\{\int_0^1\left\{\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)+e^x\right\}dx\right\}dy\right\}dz\triangle 1$$
$$=\int_0^2\left\{\int_0^1\left\{\left[\sin\left(\frac{\pi}{3}(x+y)\right)\right]_{x=0}^{x=1}\triangle 1+\left[e^x\right]_0^1\triangle 1\right\}dy\right\}dz$$
$$=\int_0^2\left\{\int_0^1\left\{\sin\left(\frac{\pi}{3}(y+1)\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}y\right)+(e-1)\right\}dy\right\}dz$$
$$=\int_0^2\left\{-\frac{3}{\pi}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}(y+1)\right)\right]_0^1+\frac{3}{\pi}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}y\right)\right]_0^1+(e-1)\left[y\right]_0^1\right\}\triangle 1\,dz$$
$$=\int_0^2\left\{-\frac{3}{\pi}\left(\cos\frac{2\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{3}\right)+\frac{3}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{3}-1\right)+(e-1)\right\}dz$$
$$=\int_0^2\left\{\frac{3}{\pi}\left(-\cos\frac{2\pi}{3}+2\cos\frac{\pi}{3}-1\right)+e-1\right\}dz$$
$$=\int_0^2\left\{\frac{3}{\pi}\left(\frac{1}{2}+2\cdot\frac{1}{2}-1\right)\triangle 1+e-1\right\}dz=\int_0^2\left(\frac{3}{2\pi}+e-1\right)dz$$
$$=\left(\frac{3}{2\pi}+e-1\right)\left[z\right]_0^2=\frac{3}{\pi}+2(e-1)\triangle 1$$