令和3年度 釧路工業高等専門学校専攻科
入学者選抜学力検査問題

【数　学】

【注意事項】

1. 検査開始の合図があるまで，この問題用紙を開かないこと。
2. この問題用紙は，本表紙（このページ）を含めて3ページである。
3. 解答用紙は，5枚（No.1～No.5）である。
4. 問題は，問題1～6まであり，すべて解答すること。
5. 問題1・問題2は「解答用紙No.1」に，問題3は「解答用紙No.2」に，問題4は「解答用紙No.3」に，問題5は「解答用紙No.4」に，問題6は「解答用紙No.5」にそれぞれ解答を記入すること。
6. 受検番号及び氏名は，すべての解答用紙の所定欄に必ず記入すること。
7. この問題用紙は，検査終了時に持ち帰ること。

令和３年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

【数　学】

問題１　次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) 実数 x について，$\log_2 x + \log_2(x+2) = 3$ を満たす x を求めなさい。 [7 点]

(2) $0 \leqq x < 2\pi$ の範囲で，$\sin 2x + \sin x = 0$ を満たす x を求めなさい。 [8 点]

問題２　次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ の逆行列をそれぞれ A^{-1} および B^{-1} とするとき，２つの行列の積 $B^{-1}A^{-1}$ を求めなさい。 [7 点]

(2) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ の値を求めなさい。 [8 点]

問題３　次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) 関数 $y = \dfrac{x-1}{x^2}$ の増減，極値，グラフの凹凸，変曲点を調べ，グラフの概形をかきなさい。ただし，$x > 0$ とする。 [10 点]

(2) 曲面 $xy + yz + zx = 1$ 上の点 $(1, 0, 1)$ における接平面の方程式を求めなさい。 [5 点]

問題４　領域 $D = \{(x, y) \mid 1 \leqq x+y \leqq 3, -1 \leqq x-y \leqq 1\}$ とするとき，次の問いに答えなさい。[計 15 点]

(1) 領域 D を図示しなさい。 [3 点]

(2) $x + y = u$，$x - y = v$ とするとき，ヤコビアン $\begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix}$ の値を求めなさい。 [4 点]

(3) ２重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{(x-y)^2}{x+y}\,dxdy$ の値を求めなさい。 [8 点]

令和３年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

【数 学】

問題５ 次の問いに答えなさい。 [計 20 点]

(1) 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 6\dfrac{dy}{dx} + 9y = 3x - 1$ の一般解を求めなさい。 [8 点]

(2) 周期４の周期関数 $f(x) = \begin{cases} x+2 & (-2 \leq x < 0) \\ -x+2 & (0 \leq x < 2) \end{cases}$ について，次の問いに答えなさい。

(a) $f(x)$ は偶関数なので，そのフーリエ級数は $f(x) \sim \dfrac{a_0}{2} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \dfrac{n\pi}{2} x$ (ただし，a_0，a_n $(n = 1, 2, \ldots)$ は x によらない定数) の形をしている。a_0，a_n を求めなさい。 [8 点]

(b) $f(x)$ のフーリエ級数を利用して，級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n-1)^2}$ の値を求めなさい。 [4 点]

問題６ 次の問いに答えなさい。 [計 20 点]

(1) 関数 $F(s) = \dfrac{s}{s^2 + 2s + 2}$ のラプラス逆変換 $\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{s}{s^2 + 2s + 2}\right]$ を求めなさい。
ただし，必要なら，下で与えた，関数 $f(t)$ とそのラプラス変換 $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ の変換表を利用してよい。 [5 点]

$f(t)$	t^n	e^{at}	$\sin \omega t$	$\cos \omega t$
$F(s)$	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$	$\dfrac{1}{s-a}$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$

(2) ベクトル方程式 $\vec{r}(u, v) = u \cos v \, \vec{i} + u \sin v \, \vec{j}$ $(0 \leq u \leq 1,\ 0 \leq v \leq 2\pi)$ で与えられた曲面 S と，ベクトル場 $\vec{A}(x, y, z) = -y^3 \vec{i} + x \sin z \, \vec{j} + x e^{2x+1} z \, \vec{k}$ について，次の問いに答えなさい。ただし，$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ はそれぞれ x 軸，y 軸，z 軸方向の基本ベクトルとする。

(a) $\mathrm{rot}\, \vec{A}$ を求めなさい。 [4 点]

(b) $\dfrac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \dfrac{\partial \vec{r}}{\partial v}$ を求めなさい。 [3 点]

(c) 曲面 S の単位法線ベクトルのうち，上の問 (b) で求めた $\dfrac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \dfrac{\partial \vec{r}}{\partial v}$ と同じ向きを持つものを $\vec{n}$ とするとき，曲面 S に沿ったベクトル場 $\mathrm{rot}\, \vec{A}$ の面積分 $\displaystyle\iint_S \left(\mathrm{rot}\, \vec{A}\right) \cdot \vec{n} \, dS$ を求めなさい。 [6 点]

(d) 曲面 S の境界を曲線 C とし，C のベクトル方程式を $\vec{r}_C$ とする。このとき，曲線 C に沿ったベクトル場 $\vec{A}$ の線積分 $\displaystyle\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}_C$ を求めなさい。ただし，C の向きは，C の向きに右ねじを回したとき，ねじが曲面 S の法線ベクトル $\vec{n}$ の向きに進むように取るものとする。また，必要なら問 (c) の結果を利用してよい。 [2 点]