令和4年度 釧路工業高等専門学校専攻科
入学者選抜学力検査問題

【数　学】

【注意事項】

1. 検査開始の合図があるまで, この問題用紙を開かないこと。
2. この問題用紙は, 本表紙（このページ）を含めて3ページである。
3. 解答用紙は, 5枚（No.1〜No.5）である。
4. 問題は, 問題1〜6まであり, すべて解答すること。
5. 問題1・問題2は「解答用紙No.1」に, 問題3は「解答用紙No.2」に, 問題4は「解答用紙No.3」に, 問題5は「解答用紙No.4」に, 問題6は「解答用紙No.5」にそれぞれ解答を記入すること。
6. 受検番号及び氏名は, すべての解答用紙の所定欄に必ず記入すること。
7. この問題用紙は, 検査終了時に持ち帰ること。

令和４年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

【数　学】

問題１　次の問いに答えなさい。　[計 15 点]

(1) 方程式 $2^{2x}+2^{x+1}=80$ を満たす x を求めなさい。　[8 点]

(2) 2 点 $\mathrm{A}(1,3)$，$\mathrm{B}(3,-1)$ について，線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めなさい。　[7 点]

問題２　次の問いに答えなさい。　[計 15 点]

(1) ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{13}$ のとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ $(0\leqq\theta\leqq\pi)$ を求めなさい。　[7 点]

(2) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & ab & bc & ca \\ 0 & 1 & bc & a^2 \\ 0 & 1 & ca & b^2 \\ 0 & 1 & ab & c^2 \end{vmatrix}$ を因数分解しなさい。　[8 点]

問題３　曲線 $y=x^3-3x^2+2$ について，次の問いに答えなさい。　[計 15 点]

(1) 関数 $y=x^3-3x^2+2$ の増減を調べ，極値を求めなさい。また，グラフの概形をかきなさい。[8 点]

(2) 曲線 $y=x^3-3x^2+2$ と直線 $y=x-1$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。　[7 点]

問題４　領域 $D=\{(x,y)\mid 4\leqq x^2+y^2\leqq 9\}$ とするとき，次の問いに答えなさい。　[計 15 点]

(1) 領域 D を図示しなさい。　[3 点]

(2) $x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ とするとき，ヤコビアン $\begin{vmatrix} x_r & x_\theta \\ y_r & y_\theta \end{vmatrix}$ の値を求めなさい。　[4 点]

(3) 2 重積分 $\displaystyle\iint_D \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2}\,dxdy$ の値を求めなさい。　[8 点]

令和４年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

【数　学】

問題５　次の問いに答えなさい。 [計 20 点]

(1) 微分方程式 $\dfrac{dy}{dx}+y=x$ の一般解を求めなさい。 [10 点]

(2) 周期 2π の周期関数 $f(x)=\begin{cases} 0 & \left(-\pi \leq x \leq -\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2} \leq x < \pi\right) \\ 1 & \left(-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$ について，次の問いに答えなさい。

(a) $f(x)$ のフーリエ級数を求めなさい。 [7 点]

(b) $f(x)$ のフーリエ級数を利用して，級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$ の値を求めなさい。 [3 点]

問題６　次の問いに答えなさい。 [計 20 点]

(1) 関数 $F(s)=\dfrac{s^2+8}{s(s-2)^2}$ のラプラス逆変換 $\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{s^2+8}{s(s-2)^2}\right]$ を求めなさい。ただし，必要なら，下で与えた，関数 $f(t)$ とそのラプラス変換 $F(s)=\mathcal{L}[f(t)]$ の変換表を利用してよい。 [7 点]

$f(t)$	t^n	e^{at}	$\sin\omega t$	$\cos\omega t$
$F(s)$	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$	$\dfrac{1}{s-a}$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$

(2) ベクトル方程式 $\vec{r}(t)=\log t\,\vec{i}+2t\,\vec{j}+t^2\,\vec{k}\ (1 \leq t \leq 2)$ で表される曲線の長さ s を求めなさい。ただし，$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ はそれぞれ x 軸，y 軸，z 軸方向の基本ベクトルとする。 [7 点]

(3) スカラー場 $\varphi(x,y,z)=e^{x-y}\sin^2 z$ の勾配 $\nabla\varphi$ とラプラシアン $\nabla^2\varphi$ を求めなさい。 [6 点]