

令和5年度 釧路工業高等専門学校専攻科 入学者選抜学力検査問題

【 数 学 】

【 注 意 事 項 】

1. 検査開始の合図があるまで、この問題用紙を開かないこと。
2. この問題用紙は、本表紙（このページ）を含めて3ページである。
3. 解答用紙は、5枚（No.1～No.5）である。
4. 問題は、問題1～6まであり、すべて解答すること。
5. 問題1・問題2は「解答用紙 No.1」に、問題3は「解答用紙 No.2」に、問題4は「解答用紙 No.3」に、問題5は「解答用紙 No.4」に、問題6は「解答用紙 No.5」にそれぞれ解答を記入すること。
6. 受験番号及び氏名は、すべての解答用紙の所定欄に必ず記入すること。
7. この問題用紙は、検査終了時に持ち帰ること。

令和5年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

【数 学】

問題1 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

- (1) 整式 $P(x)$ を $x+1$, $x-2$ で割ったときの余りがそれぞれ 3, 9 のとき, $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割ったときの余りを求めなさい。 [7 点]
- (2) α が第 1 象限の角で $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ であり, β が第 4 象限の角で $\cos \beta = \frac{4}{5}$ のとき, $\sin(\alpha + \beta)$ の値を求めなさい。 [8 点]

問題2 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

- (1) ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$ のとき, 次の問いに答えなさい。
- (a) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき, $\cos \theta$ の値を求めなさい。 [3 点]
- (b) $|2\vec{a} + \vec{b}|$ の値を求めなさい。 [4 点]
- (2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ について, $AX = B$ を満たす 2 次正方行列 X を求めなさい。 [8 点]

問題3 関数 $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ ($0 \leq x \leq 2$) について, 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

- (1) この関数の増減を調べ, 最大値と最小値を求めなさい。このとき, 最大値, 最小値を取る x の値もそれぞれ求めなさい。 [9 点]
- (2) 定積分 $\int_0^2 f(x) dx$ の値を求めなさい。 [6 点]

問題4 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

- (1) 曲面 $z = \sin^2(x+2y)$ について, 曲面上の点 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\right)$ における接平面の方程式を求めなさい。 [6 点]
- (2) 領域 $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ とするとき, 領域 D を xy 平面上に図示し, 2 重積分 $\iint_D \log(x^2 + y^2) dx dy$ の値を極座標変換によって求めなさい。 [9 点]

【数 学】

問題5 次の問いに答えなさい。

[計 20 点]

- (1) 微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = e^{5x}$ の一般解を求めなさい。 [10 点]
- (2) 平面 $2x + y - z = 2$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \leq 0$) の面積 S を求めなさい。このとき、必要であれば、この平面は、ベクトル方程式

$$\vec{r}(x, y) = x\vec{i} + y\vec{j} + (2x + y - 2)\vec{k}$$

で表されることを用いてよい。ただし、 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ は、それぞれ x 軸, y 軸, z 軸方向の基本ベクトルとする。 [10 点]

問題6 次の問いに答えなさい。

[計 20 点]

- (1) 周期 2π の周期関数 $f(x) = x$ ($-\pi \leq x < \pi$) のフーリエ級数を求めなさい。 [8 点]
- (2) 関数 $f(t) = (t + \sin 2t)e^{-3t}$ のラプラス変換 $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ を求めなさい。ただし、必要であれば下の表 1 を利用してもよい。 [4 点]
- (3) 関数 $F(s) = \frac{s+1}{(s^2+4)(s+2)}$ のラプラス逆変換 $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$ を求めなさい。ただし、必要であれば下の表 1 を利用してもよい。 [8 点]

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
1	$\frac{1}{s}$	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
		$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

表 1: ラプラス変換の表