

令和6年度 釧路工業高等専門学校専攻科 入学者選抜学力検査問題

【 数 学 】

【 注 意 事 項 】

1. 検査開始の合図があるまで、この問題用紙を開かないこと。
2. この問題用紙は、本表紙（このページ）を含めて3ページである。
3. 解答用紙は、5枚（No.1～No.5）である。
4. 問題は、問題1～6まであり、すべて解答すること。
5. 問題1・問題2は「解答用紙No.1」に、問題3は「解答用紙No.2」に、問題4は「解答用紙No.3」に、問題5は「解答用紙No.4」に、問題6は「解答用紙No.5」にそれぞれ解答を記入すること。
6. 受験番号及び氏名は、すべての解答用紙の所定欄に必ず記入すること。
7. この問題用紙は、検査終了時に持ち帰ること。

令和6年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

【数 学】

問題1 次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

(1) 不等式 $\log_3(x-1) + \log_3(2x+1) \leq 2$ を解きなさい。

[8 点]

(2) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、方程式 $8\sin^2 x - 6\sin x - 5 = 0$ を解きなさい。

[7 点]

問題2 表現行列が $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ である線形変換を f とする。次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) 行列 A が正則かどうか調べ、正則ならばその逆行列を求めなさい。

[6 点]

(2) 曲線 $2x^2 - 2xy + y^2 = 1$ の f による像を求めなさい。

[9 点]

問題3 関数 $f(x) = x \log x$ ($x > 0$) について、次の問いに答えなさい。

[計 15 点]

(1) 極限值 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ を求めなさい。

[5 点]

(2) この関数の増減を調べ、極値を求めなさい。このとき、極値を取る x の値も求めなさい。 [6 点]

(3) 定積分 $\int_1^e f(x) dx$ の値を求めなさい。

[4 点]

問題4 領域 $D = \{(x, y) \mid 1 \leq 2x + y \leq 2, -1 \leq x - 2y \leq 1\}$ とする。次の問いに答えなさい。 [計 15 点]

(1) 領域 D を xy 平面上に図示しなさい。

[3 点]

(2) $2x + y = u, x - 2y = v$ とするとき、ヤコビアン $\begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix}$ を求めなさい。

[5 点]

(3) 2重積分 $\iint_D \frac{1}{2x+y} \cos \frac{\pi(x-2y)}{2} dx dy$ の値を求めなさい。

[7 点]

令和6年度 釧路工業高等専門学校専攻科入学者選抜学力検査

【数 学】

問題5 次の問いに答えなさい。

[計 20 点]

(1) 微分方程式 $xy' + y = \cos 2x$ の一般解を求めなさい。 [8 点](2) 周期 2π の周期関数 $f(x) = \begin{cases} -1 & (-\pi \leq x < 0) \\ 1 & (0 \leq x < \pi) \end{cases}$ のフーリエ級数を求めなさい。 [7 点](3) ベクトル場 $\vec{A} = x^2y\vec{i} - zx\vec{j} + yz\vec{k}$ について、発散 $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ と、回転 $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ を求めなさい。ただし、 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ はそれぞれ x 軸, y 軸, z 軸の基本ベクトルとする。 [5 点]

問題6 次の問いに答えなさい。

[計 20 点]

(1) 微分方程式 $y'' - 2y' - 3y = 2e^t$ をラプラス変換を用いて解きなさい。ただし、初期条件を $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ とし、必要であれば下のラプラス変換の表を利用してよい。 [10 点](2) ベクトル場 $\vec{A} = y\vec{i} + xyz\vec{j} - x^2\vec{k}$ について、閉曲面 $C: \vec{r}(t) = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j}$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) に沿った線積分 $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$ を求めなさい。ただし、 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ はそれぞれ x 軸, y 軸, z 軸の基本ベクトルとする。 [10 点]

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
1	$\frac{1}{s}$	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
		$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$